

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

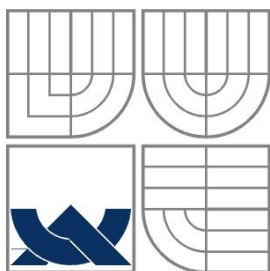
SIMULACE ELEKTRICKÝCH STROJŮ

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

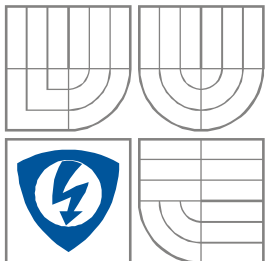
Jiří Klíma

BRNO 2012



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY
A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC
ENGINEERING

SIMULACE ELEKTRICKÝCH STROJŮ

SIMULATION OF ELECTRIC MACHINES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

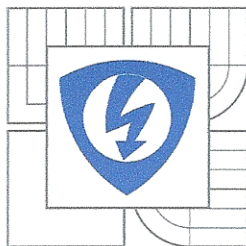
Jiří Klíma

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Martin Mach

BRNO, 2012



**VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií**

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor

Silnoproudá elektrotechnika a elektroenergetika

Student: Jiří Klíma
Ročník: 3

ID: 115678
Akademický rok: 2011/2012

NÁZEV TÉMATU:

Simulace elektrických strojů

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Vytvořte modely elektrických strojů v programu MATLAB-SIMULINK.
2. Provedte měření reálných strojů v laboratoři.
3. Porovnejte výsledky získané simulacemi a měřením.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Dle pokynů vedoucího

Termín zadání: 21.9.2011

Termín odevzdání: 31.5.2012

Vedoucí práce: Ing. Martin Mach

Konzultanti bakalářské práce:

doc. Ing. Petr Toman, Ph.D.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá modelováním a simulací stejnosměrných a střídavých strojů. Byly vytvořeny celkem čtyři matematické modely. Tři modely stejnosměrných motorů při různém typu buzení (kompaundní, sériový, cize buzený) a jeden model pro motor asynchronní. Všechny modely byly realizovány v prostředí MATLAB&Simulink. Po změření a zadání základních parametrů motoru, byly spuštěné simulace. Výsledky simulací jsou poté porovnány s naměřenými průběhy.

Abstract

This thesis deals with modeling and simulations of DC and AC machines. They were created by four mathematical models. Three models of DC motors with different type of excitation (compound, serial, derivative) and one model for asynchronous motor. All models were implemented in MATLAB & Simulink. After measuring and setting the basic parameters of the machines, simulations were running. Simulation results are then compared with measured waveforms.

Klíčová slova

asynchronní motor; dynamický model; MATLAB&Simulink; měření; obecný elektrický stroj; parametry; stejnosměrný motor

Keywords

Asynchronous motor; DC motor; dynamic model; general electric machine; characteristics; MATLAB&Simulink; measurement

Bibliografická citace

KLÍMA, J. *Simulace elektrických strojů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2012. 42 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Martin Mach.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Simulace elektrických strojů jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího semestrální práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne

Podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Martinu Machovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé semestrální práce.

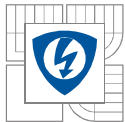
V Brně dne

Podpis autora



Obsah

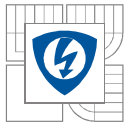
SEZNAM OBRÁZKŮ.....	9
SEZNAM TABULEK	11
ÚVOD	12
1 TEORIE STEJNOSMĚRNÉHO STROJE.....	12
1.1 SEZNÁMENÍ.....	12
1.2 FYZIKÁLNÍ ZÁKONY, Z NICHŽ VYCHÁZÍ FUNKCE ELEKTRICKÝCH STROJŮ.....	12
1.2.1 INDUKOVANÉ NAPĚTÍ (DŘÍVE INDUKOVANÁ ELEKTROMOTORICKÁ SÍLA EMS)	12
1.2.2 LENZŮV ZÁKON	13
1.3 KONSTRUKCE	13
1.3.1 STATOR	13
1.3.2 ROTOR.....	13
1.4 PRINCIP ČINNOSTI.....	14
1.5 REAKCE KOTVY.....	15
1.6 KOMUTACE.....	16
1.7 INDUKOVANÉ NAPĚTÍ KOTVY A TOČIVÝ ELEKTROMAGNETICKÝ MOMENT.....	16
1.8 BUZENÍ STEJNOSMĚRNÝCH MOTORŮ.....	17
2 TEORIE OBECNÉHO ELEKTRICKÉHO STROJE.....	18
2.1 ÚVOD.....	18
2.2 OBECNÝ ELEKTRICKÝ STROJ	18
2.3 NAPĚŤOVÉ ROVNICE OBECNÉHO ELEKTRICKÉHO STROJE	19
3 MODELOVÁNÍ STEJNOSMĚRNÝCH MOTORŮ	21
3.1 CÍZE BUZENÝ MOTOR	21
3.2 SÉRIOVĚ BUZENÝ MOTOR.....	23
3.3 MOTOR S KOMPAUNDNÍM BUZENÍM	24
4 MĚŘENÍ PARAMETRŮ STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU	25
4.1 MĚŘENÍ ODPORŮ STROJE	25
4.1.1 ODPOR KOTVY	25
4.1.2 ODPOR BUDÍČÍHO VINUTÍ.....	25
4.2 MĚŘENÍ INDUKČNOSTÍ.....	25
4.2.1 INDUKČNOST SÉRIOVÉHO BUZENÍ.....	25
4.2.2 INDUKČNOST KOTVY.....	26
4.2.3 INDUKČNOST DERIVAČNÍ BUDÍČÍ CÍVKY	26
4.2.4 VLASTNÍ INDUKČNOST DERIVAČNÍHO BUZENÍ	27
4.3 MĚŘENÍ MOMENTU SETRVAČNOSTI.....	28
4.5 KONSTANTA STEJNOSMĚRNÉHO STROJE.....	30
4.5.1 DERIVAČNÍHO BUDÍČÍHO VINUTÍ	30
4.5.2 SÉRIOVÉHO BUDÍČÍHO VINUTÍ	31



5 MĚŘENÍ	31
5.1 POROVNÁNÍ USTÁLENÝCH HODNOT.....	32
5.1.1 CIZE BUZENÝ STROJ	32
5.1.2 KOMPAUNDNÍ STROJ	32
5.1.3 SÉRIOVĚ BUZENÝ STROJ.....	33
5.2 DYNAMICKÉ POROVNÁNÍ:	33
5.2.1 CIZE BUZENÝ STROJ	33
5.2.2 SÉRIOVĚ BUZENÝ STROJ.....	34
5.2.3 KOMPAUNDNÍ BUZENÍ.....	35
6 ASYNCHRONNÍ STROJE	36
6.1 ÚVOD.....	36
6.2 KONSTRUKCE ASYNCHRONNÍHO STROJE	36
6.3 PRINCIP ČINNOSTI	37
6.4 MOMENTOVÁ CHARAKTERISTIKA	37
6.5 TEORIE STŘÍDAVÝCH STROJŮ	38
6.6 KOMPLEXNÍ PROSTOROVÝ FÁZOR.....	38
6.7 TRANSFORMACE SOUŘADNIC	39
6.7.1 CLARKOVA TRANSFORMACE	39
6.7.2 PARKOVA TRANSFORMACE.....	39
6.8 MODEL ASYNCHRONNÍHO STROJE.....	40
6.8.1 ZÁKLADNÍ ROVNICE ASYNCHRONNÍHO STROJE.....	41
6.8.2 PŘEVEDENÍ ROVNIC DO KOMPLEXNÍ ROVINY	41
6.8.3 MOMENT ASYNCHRONNÍHO MOTORU	43
7 PARAMETRY ASYNCHRONNÍHO STROJE	44
7.1 MĚŘENÍ NAKRÁTKO.....	44
7.2 MĚŘENÍ NAPRÁZDNO	45
8 POROVNANÉ VÝSLEDKY	47
8.1 POROVNÁNÍ USTÁLENÝCH HODNOT.....	47
8.2 POROVNÁNÍ DYNAMICKÝCH DĚJŮ	48
9 ZÁVĚR.....	49
LITERATURA	50
PŘÍLOHY	51

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obrázek 1: Konstrukce stejnosměrného motoru s permanentními magnety [převzato z 8]</i>	<i>13</i>
<i>Obrázek 2: Princip elektrického motoru</i>	<i>14</i>
<i>Obrázek 3: princip stejnosměrného motoru s permanentními magnety.....</i>	<i>15</i>
<i>Obrázek 4: Princip reakce kotvy</i>	<i>15</i>
<i>Obrázek 5: Proces komutace u stejnosměrného motoru [převzato z 10].....</i>	<i>16</i>
<i>Obrázek 6: Obecný elektrický stroj [převzato z 2].....</i>	<i>19</i>
<i>Obrázek 7: Obecný elektrický stroj s vinutím kotvy q [převzato z 2].....</i>	<i>20</i>
<i>Obrázek 8: Zapojení stejnosměrného motoru s cizím buzením</i>	<i>21</i>
<i>Obrázek 9: Zapojení stejnosměrného motoru se sériovým buzením</i>	<i>23</i>
<i>Obrázek 10: Schéma zapojení kompaundního motoru.....</i>	<i>24</i>
<i>Obrázek 11: Zaznamenaný průběh proudu sériového budícího vinutí</i>	<i>26</i>
<i>Obrázek 12: Zaznamenaný průběh proudu v kotevní cívice</i>	<i>26</i>
<i>Obrázek 13: Rozměry referenčního tělesa a znázornění principu torzní metody</i>	<i>28</i>
<i>Obrázek 14: Mechanické ztráty stejnosměrného motoru</i>	<i>30</i>
<i>Obrázek 15: Závislost momentu na proudu kotvou.....</i>	<i>30</i>
<i>Obrázek 16: Závislost momentu na proudu kotvou.....</i>	<i>31</i>
<i>Obrázek 17: Schéma zapojení měřeného motoru pro oba směry otáčení.....</i>	<i>31</i>
<i>Obrázek 18: Naměřený a simulovaný průběh kotevního proudu $U_a = 15V$</i>	<i>33</i>
<i>Obrázek 19: Naměřené a simulované otáčky stroje $U_a = 15V$</i>	<i>34</i>
<i>Obrázek 20: Naměřený a simulovaný průběh kotevního proudu $U_a = 15V$</i>	<i>34</i>
<i>Obrázek 21: Naměřené a simulované otáčky stroje $U_a = 15V$</i>	<i>34</i>
<i>Obrázek 22: Naměřený a simulovaný průběh kotevního proudu $U_a = 20V$</i>	<i>35</i>
<i>Obrázek 23: Naměřené a simulované otáčky stroje $U_a = 20V$</i>	<i>35</i>
<i>Obrázek 24: Třífázový asynchronního motoru s kotvou nakrátko</i>	<i>36</i>
<i>Obrázek 25: Princip asynchronního stroje</i>	<i>37</i>
<i>Obrázek 26: Momentová charakteristika asynchronního stroje</i>	<i>38</i>
<i>Obrázek 27: Schéma asynchronního motoru [převzato ze 7]</i>	<i>40</i>
<i>Obrázek 28: Relace mezi souřadnicovými systémy [převzato ze 7].....</i>	<i>42</i>
<i>Obrázek 29: Náhradní schéma asynchronního motoru [převzato z 11]</i>	<i>44</i>
<i>Obrázek 30: Rozdělení ztrát při měření naprázdno</i>	<i>46</i>



Obrázek 31: Naměřený a simulovaný průběh proudu fáze při rozběhu naprázdno $U_s = 40V$ 48

Obrázek 32: Naměřený a simulovaný průběh otáček motoru při rozběhu naprázdno $U_s = 40V$ 48

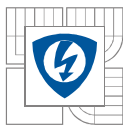
Obrázek 33: Model stejnosměrného stroje cize buzeného v prostředí Matlab Simulink51

Obrázek 34: Model kompaundního stejnosměrného stroje v prostředí Matlab Simulink.....52

Obrázek 35: Model stejnosměrného stroje sériově buzeného v prostředí Matlab Simulink.....53

Obrázek 36: Celkové schéma asynchronního motoru.....53

Obrázek 37: Model asynchronního motoru.....54



SEZNAM TABULEK

<i>Tabulka 1: Naměřené a vypočítané hodnoty vlastní indukčnosti.....</i>	<i>27</i>
<i>Tabulka 2: Naměřené a vypočtené hodnoty</i>	<i>27</i>
<i>Tabulka 3: Naměřené časy při měření momentu setrvačnosti:</i>	<i>29</i>
<i>Tabulka 4: Parametry stejnosměrného motoru.....</i>	<i>31</i>
<i>Tabulka 5: Naměřené hodnoty ze zatěžovací charakteristiky a hodnoty získané z programu</i>	<i>32</i>
<i>Tabulka 6: Naměřené hodnoty ze zatěžovací charakteristiky a hodnoty získané z programu</i>	<i>32</i>
<i>Tabulka 7: Naměřené hodnoty ze zatěžovací charakteristiky a hodnoty získané z programu</i>	<i>33</i>
<i>Tabulka 8: Měření nakrátko:</i>	<i>44</i>
<i>Tabulka 9: Měření naprázdno:.....</i>	<i>45</i>
<i>Tabulka 10: Štítkové hodnoty asynchronního motoru.....</i>	<i>47</i>
<i>Tabulka 11: Naměřené hodnoty zatěžovací charakteristiky a hodnoty získané z programu</i>	<i>47</i>

ÚVOD

Během posledního desetiletí se výpočetní technika stala nedílnou součástí při analýze a navrhování elektrických strojů. Program MATLAB je výpočetní systém a dnes se stal celosvětovým standardem. Simulink je nadstavba MATLABU určená pro simulování a modelování dynamických soustav. Dává uživateli možnost snadno vytvořit model dynamické soustavy ve formě blokových schémat. Elektrický stroj je jako elektromechanická soustava popsán diferenciálními rovnicemi. První a druhá kapitola je zaměřena na základní teoretické poznatky stejnosměrných strojů a seznamuje nás s teorií Gabriela Krona. Tři modely stejnosměrných motorů při různém typu buzení (kompaundní, sériový, derivační) jsou matematicky popsány ve třetí kapitole. Důležitá část bakalářské práce je zjištění hodnot parametrů matematických modelů. Postup měření, naměřené a vypočtené hodnoty parametrů reálných strojů jsou pro stejnosměrné stroje uvedeny v kapitole čtvrté a pro stroj asynchronní v kapitole sedmé. Popis asynchronního stroje a transformací je uveden v kapitole šesté. Cílem této práce je porovnání výsledků ze simulace s výsledky z měření.

1 TEORIE STEJNOSMĚRNÉHO STROJE

1.1 Seznámení

Stejnosměrný stroj patří mezi nejstarší elektrické stroje. Zásluhy za vynález prvního elektrického stroje jsou připisovány mnohým v důsledku dlouhého vývoje a inovací, avšak podle většiny zdrojů, je to britský fyzik a vynálezce Michael Faraday, který v roce 1831 prokázal pokusem vzájemné působení elektrického proudu a magnetického pole a položil tak základní kámen pro další vývoj. V roce 1886 americký vynálezce Frank Sprague Julian vyvinul první praktický stejnosměrný stroj, schopný konstantních otáček pod rozdílným zatížením. Po vynálezu indukčních motorů, bylo mnoho stejnosměrných motorů nahrazeno, avšak v současné době jsou znovu hojně využívány zejména pro specializované účely. Oproti indukčním motorům má stejnosměrný řadu výhod. Mezi největší výhodu patří snadná regulace otáček. Otáčky závisí přímo úměrně na indukovaném napětí v kotvě. Dále je to velký záběrný moment a malá časová konstanta. Mezi nevýhody patří zejména složitější konstrukce. Je potřeba komutátoru, kluzných kontaktů a lamel. Neméně důležitá je i cena, kdy z hlediska složitější konstrukce jsou stejnosměrné motory dražší.

1.2 Fyzikální zákony, z nichž vychází funkce elektrických strojů

1.2.1 Indukované napětí (dříve indukovaná elektromotorická síla ems)

Vychází z pojednání Michaela Faradaye o elektromagnetismu. Je-li vodič umístěn dovnitř magnetického pole a začne se s ním pohybovat tak, aby vodič protínal indukční čáry, objeví se na jeho koncích napětí a vodičem začne procházet proud. Velikost indukovaného napětí závisí na délce vodiče l , magnetické indukci B , relativní rychlosti v , s níž vodič protíná magnetické indukční čáry a na $\sin \alpha$, neboli úhlu mezi vodičem a indukčními čarami. Je dán vztahem:

$$U_i = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha \quad (V; T; M; m \cdot s^{-1}) \quad (1.2.1)$$

1.2.2 Lenzův zákon

Henrich Lenz zformuloval zákon: Indukovaný elektrický proud v uzavřeném obvodu má vždy takový směr, že svým magnetickým polem působí proti změně magnetického indukčního toku, která vyvolala jeho vznik [1]. Jinými slovy, popisuje snahu, bránit jakékoliv změně magnetického toku vyvolávající indukované napětí.

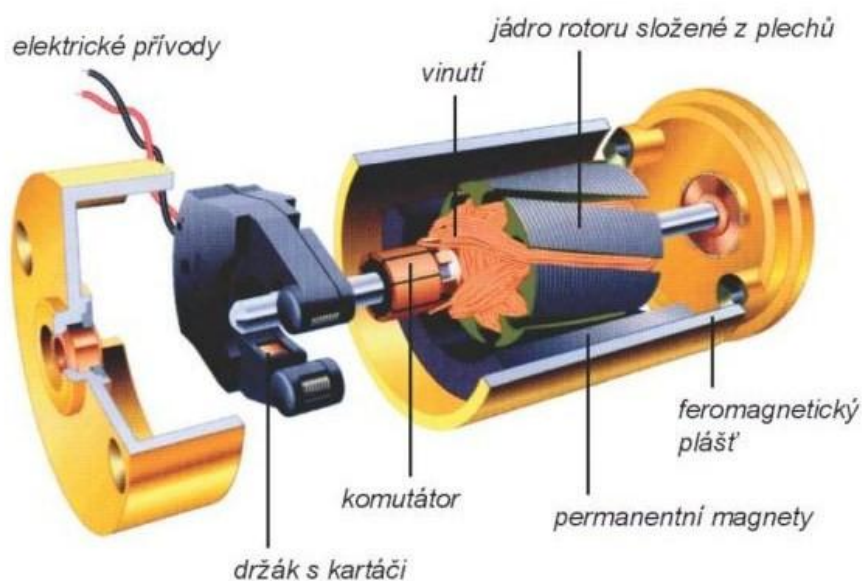
1.3 Konstrukce

1.3.1 Stator

Stator se skládá z pólu, pólových nástavců a magnetického obvodu. Počet pólu se označuje 2p. Hlavní póly jsou upevněny na statoru, na nich je umístěno budící vinutí napájené stejnosměrným proudem. Cívky budícího vinutí jsou zapojeny do série. Na hlavních pólech se umísťují pólové nástavce, jejich účel je rozdělit magnetický tok od pólu tak, aby vstupoval na oblouk rotoru co možná nejkolměji. Na pólových nástavcích je u některých strojů umístěno i vinutí kompenzační. Vedle hlavních pólů, jsou na statoru umístěny póly pomocné. Pomocné póly jsou menší než póly hlavní, nemají pólové nástavce a jsou zapojeny do série s kotvou. Hlavní úlohou těchto pomocných a kompenzačních pólů je zlepšení komutace a celkových vlastností stroje. Na statoru je umístěn i držák pro kartáče. Kartáče skrz tento držák dosedají na lamely rotoru.

1.3.2 Rotor

Rotor je od statoru oddělen vzduchovou mezerou. Rotor se skládá z kotvy a komutátoru. Kotva je tvořena z dynamových plechů, tvaru mezikružích. Zapadají do sebe tak, aby vytvořily válcovitý tvar s drážkami pro vinutí. Vinutí kotvy je tvořeno mnoha cívkami, s velkým počtem závitů. Obvod cívky se uzavírá skrz lamely. Každá cívka má dvě cívkové strany. Cívkové strany a vývody jsou od sebe vzdáleny o tzv. krok. Lamely komutátoru jsou od sebe izolované a otáčejí se s rotorem.



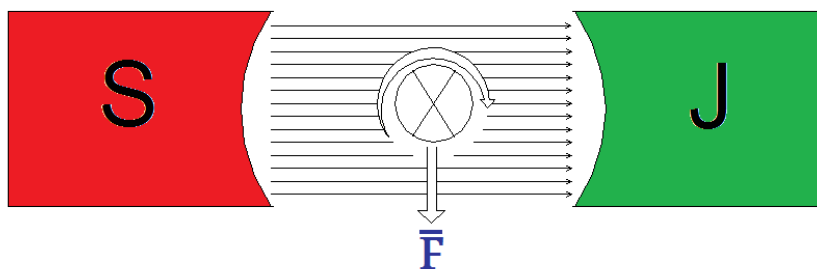
Obrázek 1: Konstrukce stejnosměrného motoru s permanentními magnety [převzato z 8]

1.4 Princip činnosti

Základní princip je zobrazený na *obrázku 2*. Na vodič jimž protéká elektrický proud, a který je umístěn v homogenním magnetickém poli působí Lorenzova síla \vec{F} . Křížek na vodiči určuje orientaci proudu směrem od nás. Podle ampérového pravidla pravé ruky budou indukční čáry soustředné kružnice, orientované podle směru hodinových ručiček. Je vidět, že nad vodičem se indukční čáry vodiče a vnějšího magnetického pole podporují, vzniká silnější magnetické pole, kdežto pod vodičem se zeslabují, vzniká relativně slabší magnetické pole. Vodič se proto pohne dolů směrem do slabšího magnetického pole. Toto je základní princip všech stejnosměrných motorů. Směr síly se určuje pravidlem levé ruky a její velikost pro rovný vodič umístěný v magnetickém poli je:

$$F = i \cdot (l \times B) \quad (N; T; A; m; -) \quad (1.4)$$

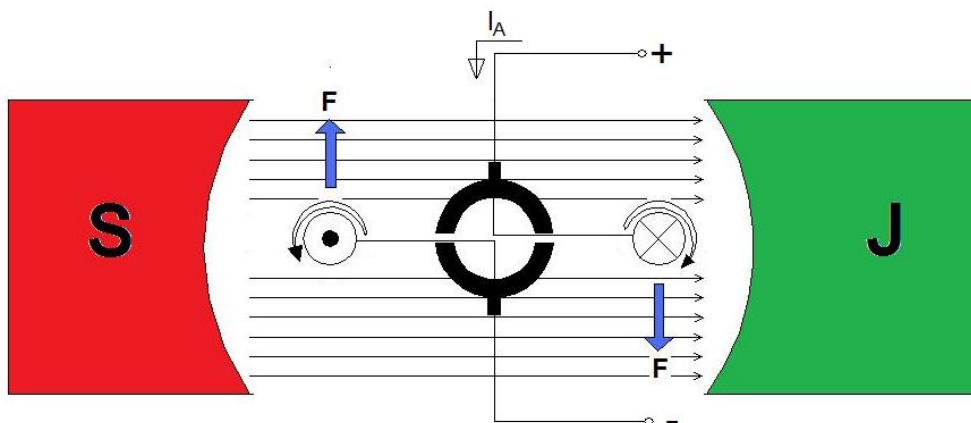
kde:	B	je	magnetická indukce
	i		proud protékající vodičem
	l		délka vodiče umístěný v magnetickém obvodu



Obrázek 2: Princip elektrického motoru

Nyní bude věnována pozornost stroji stejnosměrnému. Na *obrázku 3*, je nejjednodušší stejnosměrný stroj, který se skládá z pólového páru, z jednoho závitu, z dvojice lamel a uhlíkových kartáčů. Jak je vidět, proud závitem bude procházet po připojení napětí. Interakce magnetického pole proudu vodičem (orientaci ukazuje obrázek) a vnějšího magnetického pole způsobí, že pravý vodič bude tlačén dolů a levý nahoru. Aby se kotva neustále otáčela dokola, je třeba zajistit, aby pod severním polem byl vždy vodič s proudovou orientací ven, a pod jižním polem musí být vždy vodič s orientací směrem dovnitř. Přesně tak jak je znázorněno na obrázku. Tuto změnu provede komutátor, který přepne orientaci proudu v závitu vždy, když závit překročí pomyslnou vertikální osu mezi póly tzv. neutrální osu.

Ve vertikální poloze závitu, podle pravidla levé ruky, bude směr síly působit ven. Tato síla nemá žádný účinek na otáčení rotoru. Přidáním dalšího závitu do kotvy a páru komutátoru, vyrušíme všechny okamžiky, kdy by mohlo dojít k zastavení motoru. V tomto případě bude minimálně jeden závit v poloze mezi magnety tak, aby síla na něj působící otáčela rotorem, a zajistí tak plynulé otáčky. Čím větší počet závitů, tím plynulejší otáčky.

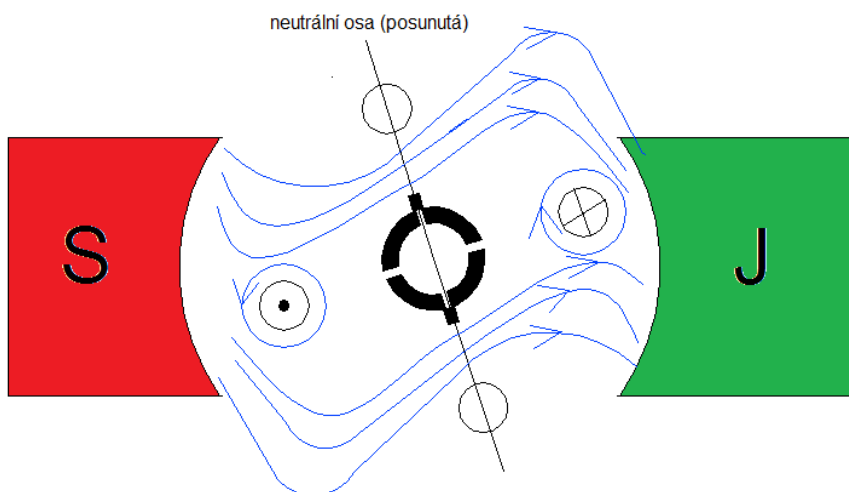


Obrázek 3: princip stejnosměrného motoru s permanentními magnety

1.5 Reakce kotvy

Jak jsme zmínili v kapitole (1.4), pomyslná vertikální osa mezi póly se nazývá neutrální osa. Pokud stroj pracuje pod zatížením, dochází k interakci magnetického pole kotvy a magnetického pole buzení. Díky této interakci dojde k posunutí neutrální osy. Posunutá neutrální osa může, mimo jiné způsobit jiskření na kartáčích. Jiskření je nežádoucí jev, jenž má za následek opalování lamel a vznik elektromagnetického rušení. Aby se zamezilo jiskření, jsou na výběr dvě možnosti:

1. Posunutí kartáčů do správné polohy (do roviny posunuté neutrální osy)
2. Přidání pomocných pólů (neutrální osa se posune zpět do správné polohy)

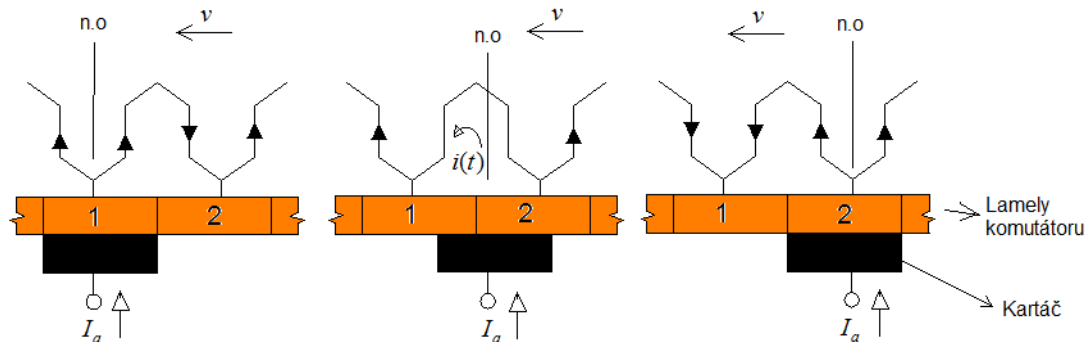


Obrázek 4: Princip reakce kotvy

Na obrázku 4 je magnetický tok vlivem reakce kotvy zeslabený a deformovaný. Dále je posunuta neutrální osa. U motorů je posunuta proti směru točení u generátoru po směru otáčení.

1.6 Komutace

Komutace, jak jsme již nastínili v souvislosti s komutátorem, je proces, při kterém se změni směr proudu v cívkce vinutí kotvy. Princip je vysvětlen pomocí *obrázku 5*.



Obrázek 5: Proces komutace u stejnosměrného motoru [převzato z 10]

Na začátku, je kartáč připojen k lameli jedna a vinutím protéká proud směrem k lameli dva. Dále, kdy kartáč spojuje lamelu s označením jedna a lamelu dva, dojde ke spojení cívky nakrátko. V poslední fázi je kartáč připojen pouze ke druhé lameli a cívkou protéká proud ale opačným směrem, k první lameli. Během komutace, kdy sousední dvě lamely jsou zkratovány, je důležité, aby se komutující cívka nacházela v magnetické neutrální ose (na obrázku označení n.o). Proud $i(t)$ je ovlivňován indukčností cívky, odporem cívky, odporem spojek k lamelám a hlavně přechodovým odporem kartáče vůči komutátoru. Největší účinek má indukčnost cívky, která se snaží zabránit změně proudu, takže způsobuje opožděnou (indukční) komutaci. Velká změna proudu ke konci komutace, vytvoří podle vztahu (1.6) velké reakční napětí a tím způsobit elektrický oblouk (jiskření).

K odstranění problémů, způsobených reakčním napětím, se používají úzké komutační póly, umístěné mezi póly hlavní.

$$u_r = L_c \cdot \frac{di}{dt} \quad (V; H; A; s) \quad (1.6)$$

1.7 Indukované napětí kotvy a točivý elektromagnetický moment

U odstavce (1.2.1) je uveden vzorec (1.2.1) pro indukované napětí v kotvě $U_i = B \cdot l \cdot v$. Tento vzorec je pouze pro jeden vodič, pohybující se v magnetickém poli kolmo na indukční čáry. Při známém magnetickém toku ϕ , se může pro střední magnetickou indukci psát:

$$B_{stř.} = \frac{\phi}{S} = \frac{\phi}{\tau_p \cdot l} \quad (T; Wb; m^2) \quad (1.7.1)$$

kde: $\tau_p = \pi \cdot D / 2 \cdot p = \pi \cdot r / p$ je rozměr pólové rozteče, p je počet pólových dvojic, D je průměr rotoru. Délka vodiče je l . Všechny vodiče rotoru v jedné paralelní větvi jsou $Z/2a$.

Kotva se pohybuje rychlostí $v = \pi \cdot D \cdot n / 60$. Po dosazení do vztahu (1.2.1) dostaneme pro indukované napětí:

$$U_i = \frac{p \cdot Z}{2 \cdot a} \cdot \phi \cdot \omega_m = c \cdot \phi \cdot \omega_m \quad (V; Wb; rad \cdot s^{-1}) \quad (1.7.2)$$

Kde $c = p \cdot Z / 2 \cdot a$ je konstrukční konstanta stroje, Z je počet závitů. Z výsledného vzorce je vidět, že velikost indukovaného napětí závisí na otáčkách rotoru a na magnetickém toku neboli velikosti budícího proudu I_b . Pro odvození vnitřního momentu M_i , se vychází ze vztahu pro vnitřní elektrický výkon ve vzduchové mezeře.

$$P_\delta = U_i \cdot I_a = M_i \cdot \omega_m \quad (W; V; A; Nm; rad \cdot s^{-1}) \quad (1.7.3)$$

kde I_a je proud vinutím kotvy motoru. Pokud si vyjádříme moment M_i , dostaneme vztah

$$M_i = \frac{U_i \cdot I_a}{\omega_m} = c \cdot \phi \cdot I_a \quad (Nm; V; A; rad \cdot s^{-1}; -; Wb; A) \quad (1.7.4)$$

Vnitřní elektromagnetický moment je přímo úměrný na kotevním proudu I_a a na velikosti magnetického toku neboli na budícím proudu I_b . Mechanický moment na hřídeli M bude u motoru menší než vnitřní moment M_i o mechanické ztráty ΔM .

1.8 Buzení stejnosměrných motorů

Podle způsobu buzení stejnosměrného motoru, máme tyto možnosti:

- Cize buzený motor
- Sériově buzený motor
- Derivačně buzený motor
- Kompaundně buzený motor

Každé ze zmíněných zapojení má různé provozní charakteristiky a odlišné použití. U zapojení s cizím buzením, je statorové vinutí napájeno z nezávislého zdroje. Jinak, podle způsobu zapojení budícího vinutí ke kotvě stroje, se motory dělí na motory s derivačním buzením, kdy je kotva zapojena paralelně s budícím vinutím a na motory se sériovým buzením, kdy kotva je zapojena do série s budícím vinutím. Pokud se zkombinuje buzení paralelní a sériové, získá se tak buzení kompaundní.

Sériově buzený motor má několik výhod i nevýhod. Mezi hlavní výhody patří velmi dobrý záběrný moment. Je to dáno tím, že moment závisí na proudu kotvy I_a a budícím magnetickým toku ϕ . Při sériovém zapojení je magnetický tok ϕ úměrný proudu I_a a tak při připojení motoru na napájecí napětí, kdy indukované napětí je nulové (nulové otáčky) bude záběrný proud na nejvyšší hodnotě a záběrný moment bude úměrný kvadrátu záběrného proudu $M_z \approx I_z^2$. Sériový motor nesmí nikdy pracovat naprázdno, protože má snahu neustále zvyšovat své otáčky a tudíž hrozí poškození motoru.

Motor s derivačním buzením oproti sériovému buzení nemá tak velký záběrný moment jako motor, ale není tak závislý na zatížení. Rychlost je téměř konstantní i přes změny zatížení. Při

náhlém odpojení zátěže, nedojde k destrukci motoru, neboť magnetický tok ϕ a proud kotvou I_a jsou na sobě nezávislé. Při rozběhu musíme dbát na to, aby proud kotvou I_a nepřesáhl v důsledku malého omezovacího odporu kotvy R_a povolenou mez. Pro start se většinou do obvodu kotvy zařazuje spouštěcí odpor R_s , kterým omezujeme záběrný proud. Postupným vyzařováním odporu R_s motor nabírá na otáčkách, až nabude jmenovitých otáček při zkratovaném rezistoru R_s .

Motor s kompaundním buzením, kombinuje výhody motoru sériového a motoru derivačního. Pro těžké rozběhy se motor zapojí jako sériově buzený, poté spínačem přejde na motor s derivačním buzením.

2 TEORIE OBECNÉHO ELEKTRICKÉHO STROJE

2.1 Úvod

Gabriel Kron, matematicky zformuloval obecný elektrický stroj neboli univerzální stroj, díky němuž se dá popsat většina elektrických strojů. Tato teorie formuluje diferenciální rovnice elektrických strojů, které se hodí pro popis ustálených i přechodných jevů. Podle teorie je stroj dán jako soubor nepohyblivých a pohyblivých vzájemně magneticky vázaných elektrických obvodů se základními parametry jako činný odpor, moment setrvačnosti, vlastní a vzájemná indukčnost. Pro zjednodušení a rychlé řešení je potřeba nebrat v úvahu druhořadé děje (např. zanedbání vlivu oteplení, kapacity mezi závity atd.) a zanedbávají se i děje následující, jejichž vliv se poté musí experimentálně ověřit.

- **Zanedbání vlivu magnetického sycení:**

Lineární charakteristika proudů a magnetických toků

- **Činné odpory a indukčnosti nezávislé na kmitočtu:**

Zanedbává se povrchový jev a vířivé proudy

- **Vliv komutace:**

Nekonečně úzké kartáče a okamžitá komutace

- **Vinutí stroje jsou rovnoměrně rozložena po obvodu stroje:**

Vinutí skutečných strojů jsou rozložena ve velkém počtu drážek. Vliv drážkování se zanedbá.

- **Vinutí strojů na střídavý proud jsou rozložena sinusově:**

Znamená to nahrazení skutečného vinutí vinutím s hustotou závitů (vodičů) měnící se v závislosti na obvodu stroje plynule podle funkce sinus. Uvažujeme sinusové rozložení magnetomotorického napětí ve vzduchové mezeře a zanedbání vlivu vyšších harmonických magnetomotorického napětí.

2.2 Obecný elektrický stroj

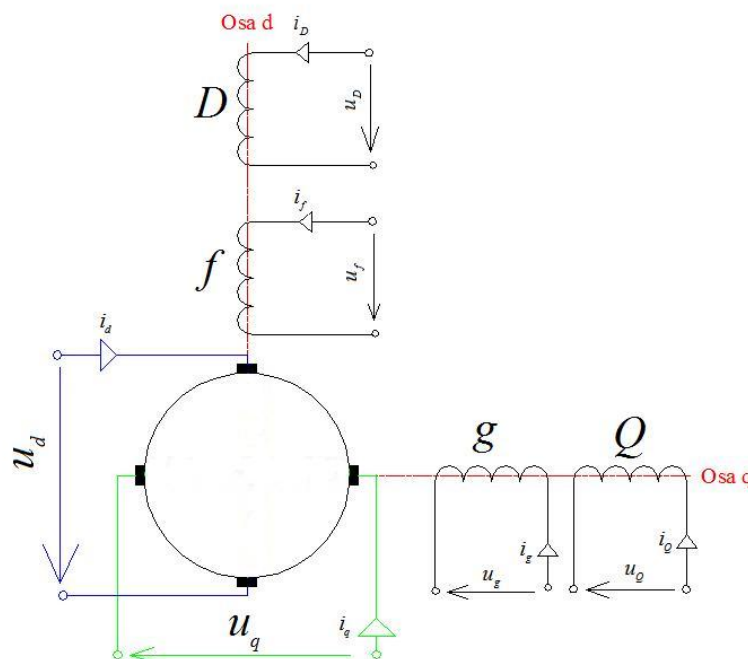
Obecný elektrický stroj je dvoupólový komutátorový stroj, s dvěma sadami kartáčů viz obrázek 6. U stroje, který má více než dva póly, se rozlišují stupně elektrické a mechanické. Platí vztah:

$$\alpha_{el} = p \cdot \alpha_{mech}$$

$$\omega_{el} = p \cdot \omega_{mech}$$

$$(2.2)$$

Obecný stroj je základním modelem jak pro stroje stejnosměrné, tak i pro stroje střídavé (synchronní i asynchronní). Stator obecného stroje má vyniklé póly s jedním nebo několika vinutími na hlavních pólech v podélné ose d a příčné ose q . Statorové vinutí může pracovat jako vinutí budící (cizí, paralelní, sériové), vinutí komutační, kompenzační nebo tlumící. Magnetické toky vytvořené těmito vinutími jsou souměrné podle dq os.



Obrázek 6: Obecný elektrický stroj [převzato z 2]

Vinutí rotoru, který se otáčí uhlovou rychlostí ω , mění svoji polohu vůči statoru a stálým kartáčům. Stroj má dvě sady kartáčů. Sady kartáčů jsou vzájemně pootočené o 90° ve směru točení rotoru. Jedna sada kartáčů leží v podélné ose q , ta druhá v příčné ose d . Zajímavou vlastnost má točící se rotorové vinutí. I když neustále mění svoji polohu vůči statoru a stálým kartáčům, vlivem komutace mají proudy ve vodičích vinutí vždy jeden směr. Magnetické pole rotoru má tedy pořád stejný smysl, jeví se jako stojící a je proto nazýván jako pseudostacionární. Podle obrázku je stojící vinutí (D, Q, f, g) a otáčející se vinutí (d, q).

2.3 Napěťové rovnice obecného elektrického stroje

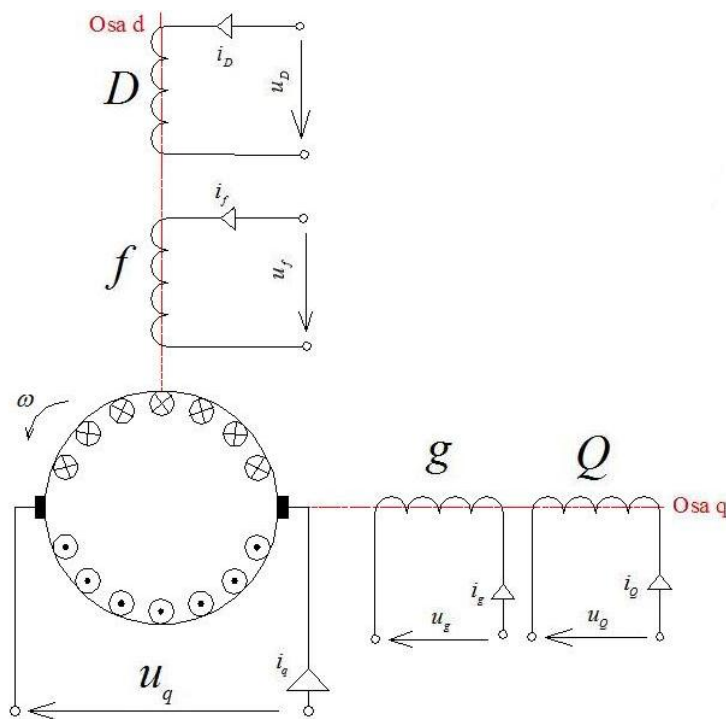
Napěťové rovnice obecného stroje jsou vytvořeny podle Kirchhoffova zákona a podle Faradayova zákona pro každé vinutí zvlášť. U vinutí kotvy se mimo napětí transformačního uplatní i napětí rotační. Jakým způsobem bude vysvětleno pomocí *obrázku 7*. Je zde vidět rozkreslené vinutí kotvy q a směr jejího otáčení. Magnetický tok ϕ_d , který prochází rotorem je souměrný podle osy d . Při pohybu kotvy, podle směru otáčení, dochází k tomu, že jednotlivé vodiče protínají soustředěný magnetický tok ϕ_d v ose d a tím vytvářejí rotační indukované napětí u_{irq} . Rotační indukované napětí je tvořeno pouze magnetickým tokem ϕ_d v ose d , poněvadž jak je vidět na obrázku, soustředěný magnetický tok ϕ_q v ose q není protínán rotujícími vodiči kotvy.

Transformační napětí je tvořeno vzájemnou vazbou vinutí kotvy a vinutími v ose q. Vinutí v ose d nemá na transformační napětí vliv, neboť cívky jsou vůči sobě posunuty o 90° a tudíž nemají společnou magnetickou vazbu. Pro napětí kotvy u_q podle výše zmíněných úvah můžeme psát.

$$u_q = R_q \cdot i_q + u_{iq(tr)} + u_{iq(rot)} = R_q \cdot i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + c \cdot \phi_d \cdot \omega \quad (2.3.1)$$

Kde ψ_q je magneticky spřažený tok daný vinutí kotvy v ose q. Je dán proudem kotvy i_q procházející vinutím L_q a proudy i_g a i_Q procházející vinutími g a Q v ose q. Platí:

$$\psi_q = L_q \cdot i_q + L_{qg} \cdot i_g + L_{qQ} \cdot i_Q \quad (2.3.2)$$



Obrázek 7: Obecný elektrický stroj s vinutím kotvy q [převzato z 2]

Pro svorkové napětí u_d , obrázek 6, platí vztah analogický jako pro napětí u_q . Avšak smysl proudů u vinutí je zde podle pravidla pravé ruky. Jedná se o dynamo.

$$u_d = R_d \cdot i_d + u_{id(tr)} - u_{id(rot)} = R_d \cdot i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - c \cdot \phi_q \cdot \omega \quad (2.3.3)$$

$$\psi_d = L_d \cdot i_d + L_{df} \cdot i_f + L_{dD} \cdot i_D \quad (2.3.4)$$

Ve statorovém vinutí se uplatňuje pouze transformační indukované napětí dané časovou změnou proudů v ose d a q.

$$u_j = R_j \cdot i_j + \frac{d\psi_j}{dt} \quad j = d; q; D; Q; f; g \quad (2.3.5)$$

$$\psi_j = \sum_k L_{jk} \cdot i_k \quad j, k = f, g, d, q, D, Q \quad (2.3.6)$$

Pro úplný popis obecného stroje je třeba rovnice doplnit o pohybovou rovnici.

$$m_i = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \pm m_m \quad (3.3.7)$$

Kde: m_i je vnitřní elektromagnetický moment obecného stroje, J je moment setrvačnosti rotujících těles, ω_m je mechanická úhlová rychlost, t je čas a m_m je mechanický moment na hřídeli plus mechanické ztráty.

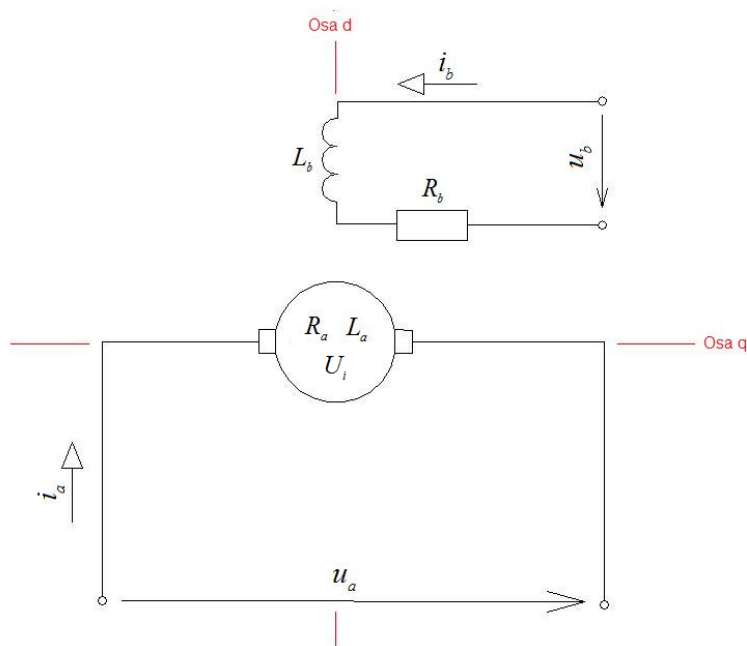
Pro motor platí v rovnici znaménko plus. Vnitřní moment m_i je dán magnetickými poli a proudy uvnitř stroje. Mechanický moment m_m je dán mechanickým zatížením na hřídeli.

3 MODELOVÁNÍ STEJNOSMĚRNÝCH MOTORŮ

Každý stroj, ať stejnosměrný či střídavý, vychází z Kronova obecného elektrického stroje. Je popsán soustavou diferenciálních rovnic, které charakterizují modelovanou soustavu. Tyto rovnice se poté vloží do programu, v našem případě Matlab&Simulink.

3.1 Cíze buzený motor

Elektrické schéma je naznačeno na obrázku. Mechanická část není nakreslena, ale s jejím působením budeme počítat.



Obrázek 8: Zapojení stejnosměrného motoru s cizím buzením

Pro obvod kotvy podle druhého Kirchhoffova zákona platí:

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a + \frac{d\psi_a}{dt} + c \cdot k_\phi \cdot \omega_m \cdot i_b + u_{kart.} \quad \phi_b = k_\phi \cdot i_b \quad (3.1.1)$$

Napěťová rovnice pro obvod buzení:

$$u_b(t) = R_b \cdot i_b + \frac{d\psi_b}{dt} \quad (3.1.2)$$

Spřažené magnetické toky:

$$\psi_a = L_a \cdot i_a \quad (3.1.3)$$

$$\psi_b = L_b \cdot i_b \quad (3.1.4)$$

Pohybová rovnice:

$$m_i = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + m_z \quad (3.1.5)$$

$$m_i = c \cdot k_\phi \cdot i_b \cdot i_a \quad (3.1.6)$$

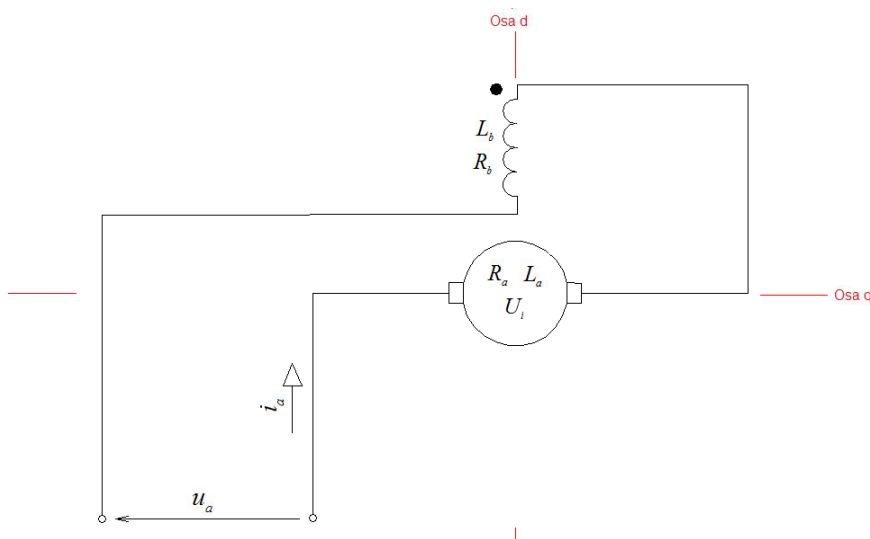
Po dosazení, úpravě a po převedení derivace na levou stranu rovnice, vyjdou tři rovnice popisující motor cize buzený.

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{u_a - R_a \cdot i_a - c \cdot k_\phi \cdot \omega_m \cdot i_b - u_{kart.}}{L_a} \quad (3.1.7)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{u_b - R_b \cdot i_b}{L_b} \quad (3.1.8)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{m_z - c \cdot k_\phi i_a \cdot i_b}{J} \quad (3.1.9)$$

3.2 Sériově buzený motor



Obrázek 9: Zapojení stejnosměrného motoru se sériovým buzením

Napěťová rovnice kotvy:

$$u_a(t) = (R_a + R_b) \cdot i_a + \frac{d\psi_a}{dt} + \frac{d\psi_b}{dt} + c \cdot k_\phi \cdot \omega_m \cdot i_a + u_{kart.} \quad (3.2.1)$$

$$\psi_a = L_a \cdot i_a \quad (3.2.2)$$

$$\psi_b = L_b \cdot i_a \quad (3.2.3)$$

Momentová rovnice:

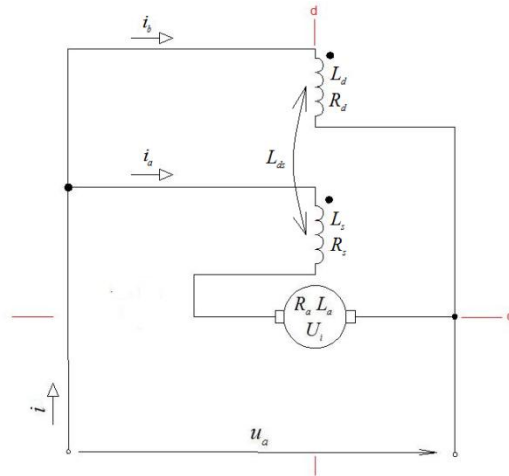
$$c \cdot k_\phi \cdot i_a^2 = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + m_z \quad (3.2.4)$$

Výsledné rovnice:

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{u_a - (R_a + R_b) \cdot i_a - c \cdot k_\phi \cdot \omega_m \cdot i_a - u_{kart.}}{L_a + L_b} \quad (3.2.5)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{c \cdot k_\phi \cdot i_a^2 - m_z}{J} \quad (3.2.6)$$

3.3 Motor s kompaundním buzením



Obrázek 10: Schéma zapojení kompaundního motoru

Napěťové rovnice:

$$u_a(t) = (R_a + R_s) \cdot i_a + \frac{d\psi_a}{dt} + c \cdot \omega_m \cdot (k_{\phi d} \cdot i_b + k_{\phi s} \cdot i_a) + \frac{d\psi_{bs}}{dt} + u_{kart.} \quad (3.3.1)$$

$$u_a(t) = R_d \cdot i_b + \frac{d\psi_{bd}}{dt} \quad (3.3.2)$$

$$\psi_a = L_a \cdot i_a \quad (3.3.3)$$

$$\psi_{bs} = L_s \cdot i_a + L_{ds} \cdot i_b \quad (3.3.4)$$

$$\psi_{bd} = L_d \cdot i_b + L_{ds} \cdot i_a \quad (3.3.5)$$

Momentová rovnice:

$$c \cdot k_{\phi} \cdot i_a \cdot (i_b + i_a) = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + m_z \quad (3.3.6)$$

Upravené rovnice:

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{u_a - (R_a + R_s) \cdot i_a - c \cdot \omega_m \cdot (k_{\phi d} \cdot i_b + k_{\phi s} \cdot i_a) - L_{ds} \cdot \frac{di_b}{dt} - u_{kart.}}{L_a + L_s} \quad (3.3.7)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{u_a - R_d \cdot i_b - L_{ds} \cdot \frac{di_a}{dt}}{L_d} \quad (3.3.8)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{c \cdot k_{\phi} \cdot i_a \cdot (i_b + i_a) - m_z}{J} \quad (3.3.9)$$

4 MĚŘENÍ PARAMETRŮ STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU

4.1 Měření odporů stroje

4.1.1 Odpor kotvy

Odpor rotoru byl změřen přímo pomocí multimetru. Měřicí kontakty multimetru byly přiloženy na lamely kotvy skrz držáky kartáčů. Kartáče byly pro měření vyndány.

Odpor kotvy: $R_a = 0,61\Omega$

4.1.2 Odpor budicího vinutí

Odpor vinutí byl změřen přímou metodou. Měřicí kontakty byly přiloženy na svorkovnici měřeného stejnosměrného stroje.

Odpor sériového budicího vinutí: $R_s = 0,23\Omega$

Odpor derivačního budicího vinutí: $R_d = 280\Omega$

4.2 Měření indukčnosti

Indukčnost cívek je získána z měření přechodového děje tak, že je odečtena z grafu časová konstanta τ a indukčnost je dopočítána podle vztahu:

$$L = \tau \cdot R \quad (4.2)$$

4.2.1 Indukčnost sériového buzení

Časová konstanta, odečtena z grafu, je doba, za kterou měřený proud dosáhne hodnoty 63,2% ustáleného proudu.

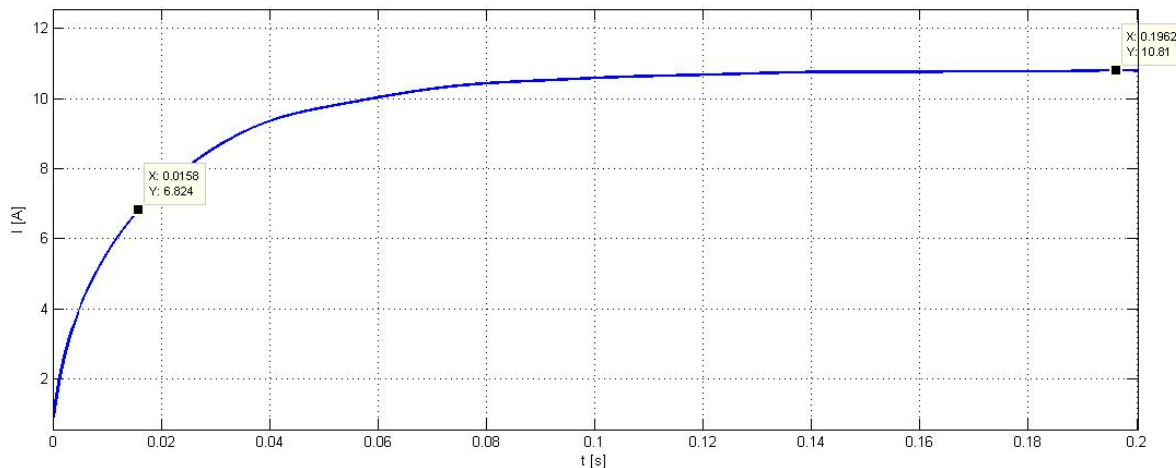
Ustálená hodnota proudu je $I_a = 10,81A$. 63,2% hodnota z ustáleného proudu je $i_a = 6,83A$ a čas pro dosažení proudu i_a je časová konstanta $\tau_s = 0,0158s$.

Odpor cívky a přírodních vodičů je vypočítán z ustálené hodnoty proudu a napětí na svorkách zdroje.

$$R_s = \frac{U}{I_a} = \frac{3,64}{10,81} = 0,337\Omega \quad (4.2.1.1)$$

Podle vztahu (4.2) bude indukčnost sériové budicí cívky:

$$L_s = \tau_s \cdot R_s = 0,0158 \cdot 0,337 = 0,00532H \quad (4.2.1.2)$$



Obrázek 11: Zaznamenaný průběh proudu sériového budícího vinutí

4.2.2 Indukčnost kotvy

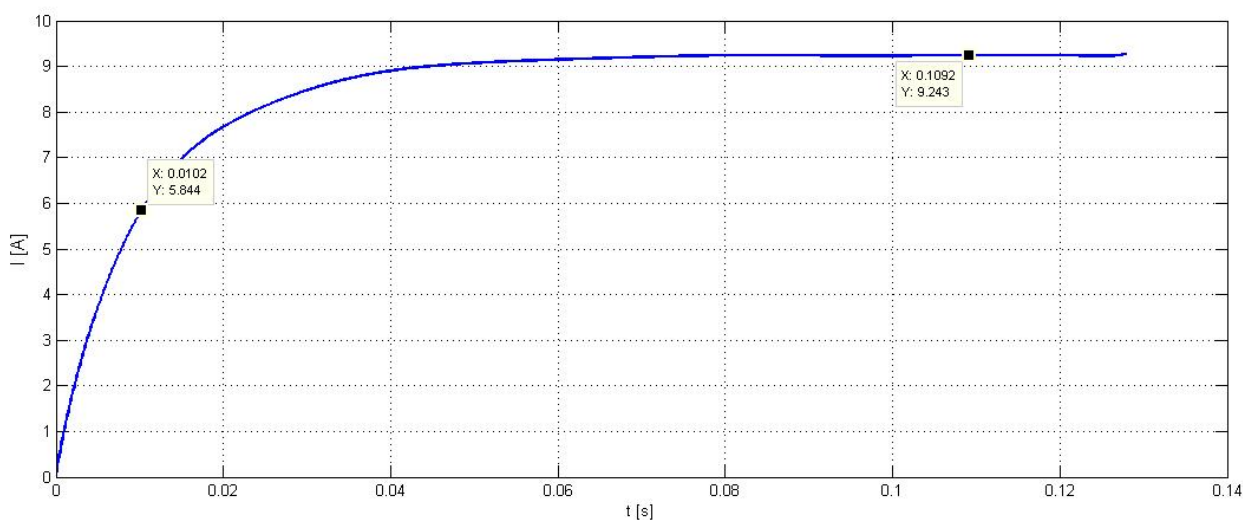
Ustálená hodnota proudu je $I_a = 9,243\text{A}$. 63,2% hodnota z ustáleného proudu je $i_a = 5,84\text{A}$ a čas pro dosažení proudu i_a je časová konstanta $\tau_s = 0,0102\text{s}$.

Odpor cívky a přívodních vodičů je vypočítána z ustálené hodnoty proudu a napětí na svorkách zdroje.

$$R_s = \frac{U}{I_a} = \frac{9,6}{9,243} = 1,04\Omega \quad (4.2.2.1)$$

Podle vztahu (4.2) bude indukčnost sériové budící cívky:

$$L_s = \tau_s \cdot R_s = 0,0102 \cdot 1,04 = 10,6\text{mH} \quad (4.2.2.2)$$



Obrázek 12: Zaznamenaný průběh proudu v kotevní cívce

4.2.3 Indukčnost derivační budící cívky

Postup aplikovaný při měření sériového budícího vinutí a kotevního vinutí nebyl použit pro derivační budící cívku, jejíž proud je velmi malý a při změření došlo ke zkreslení. Proto

indukčnost cívky byla zjištěna pomocí nepřímé metody. Kdy po připojení cívky na střídavý zdroj, bylo změřeno napětí, proud a ztrátový výkon. U měření vzájemné indukčnosti, je nutno proměřit oba dva stavy. Jednak kdy se magnetické toky cívek vzájemně podporují a kdy se toky ruší. Pro naši simulaci, s odkazem na předchozí kapitolu, je třeba k výpočtu pouze vzájemná indukčnost mezi cívkami sériového a paralelního buzení L_{ds} .

4.2.4 Vlastní indukčnost derivačního buzení

Tabulka 1: Naměřené a vypočítané hodnoty vlastní indukčnosti

Naměřené hodnoty							Vypočítané hodnoty			
Vinutí u derivačního buzení										
I	U			P			Z	R (Z)	X [Z]	L
[A]	α	k	[V]	α	k	[W]	[Ω]	[Ω]	[Ω]	[H]
0,12	103,9	240/120	207,8	7,5	240*1/120	15	1731,667	280	1708,89	5,44

Příklad výpočtu:

Absolutní hodnota impedance Z:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{207,8}{0,12} = 1731,67\Omega \quad (4.2.4.1)$$

Výpočet reaktance z absolutní hodnoty Z:

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{1731,667^2 - 280^2} = 1708,89\Omega \quad (4.2.4.2)$$

Výpočet indukčnosti L (při frekvenci sítě 50 Hz):

$$L = \frac{X}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{1708,89}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 5,44 \text{ H} \quad (4.2.4.3)$$

4.2.5 Vzájemná indukčnost L_{ds}

Tabulka 2: Naměřené a vypočtené hodnoty

Celková indukčnost derivačního a sériového vinutí											
č. m.	Naměřené hodnoty							Vypočtené hodnoty			
-	I	U [V]			P			Z	R (Z)	X [Z]	L
-	[A]	α	k	[V]	α	k	[W]	[Ω]	[Ω]	[Ω]	[H]
1	0,096	100	240/120	200	6	240*1/120	12	2083,3	280	2064,4	6,57
2	0,104	100	240/120	200	6,5	240*1/120	13	1923,1	280	1902,61	6,06

Příklad výpočtu:

Absolutní hodnota impedance Z :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{200}{0,096} = 2083,3\Omega \quad (4.2.5.1)$$

Výpočet reaktance z absolutní hodnoty Z :

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{2083,3^2 - 280^2} = 2064,4\Omega \quad (4.2.5.2)$$

Výpočet celkové indukčnosti L (při frekvenci sítě 50 Hz):

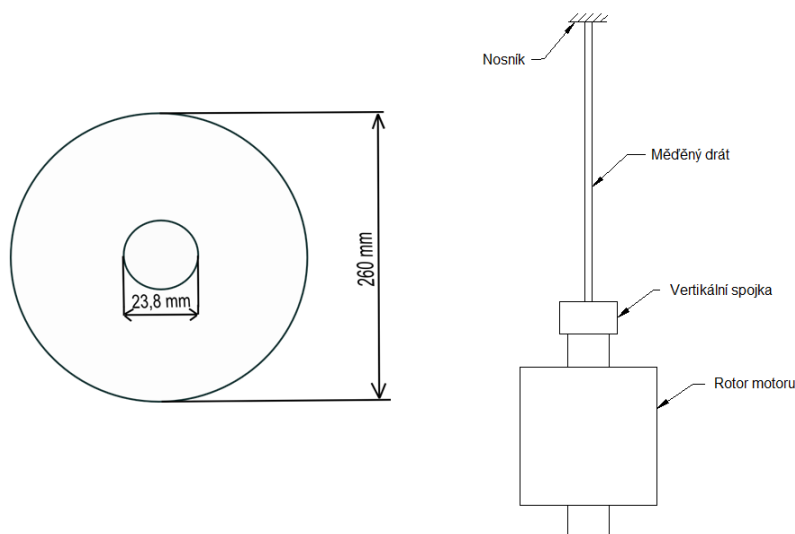
$$L_1 = \frac{X}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{2064,4}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 6,57 \text{ H} \quad (4.2.5.3)$$

Vzájemná indukčnost L_{ds}

$$L_{ds} = \frac{L_1 - L_2}{4} = \frac{6,57 - 6,06}{4} = 0,1275 \text{ H} \quad (4.2.5.4)$$

4.3 Měření momentu setrvačnosti

Moment setrvačnosti byl změřen pomocí metody torzních kmitů. Při této metodě, bylo symetricky rozložené těleso o referenčním momentu setrvačnosti zavěšeno na nosník. Těleso kmitalo kolem osy a přitom byl změřen čas deseti kmitů. Poté byly změřeny rozměry tělesa, jeho hmotnost a podle vzorce vypočítán moment setrvačnosti J_0 . Místo tělesa se poté zavěsí rotor motoru a je změřena doba 30 kmitů. Doba 30 kmitů je zvolena pro přesnější měření. Požadovaný moment setrvačnosti rotoru se dostane tak, že jsou porovnány naměřené doby vztažené na jeden kmit.



Obrázek 13: Rozměry referenčního tělesa a znázornění principu torzní metody

Tabulka 3: Naměřené časy při měření momentu setrvačnosti:

	Symetricky rozložené těleso		Rotor motoru	
	Pro 10 kmitů	Pro 1 kmit	30 kmitů	1 kmit
č.měř.	t ₀ [s]	t ₀ [s]	t [s]	t [s]
1	111,05	11,105	89,28	2,9760
2	111,91	11,191	89,2	2,9733
3	110,9	11,09	89,04	2,9680
4	111,62	11,162	89,15	2,9717
5	110,98	11,098	89,46	2,9820
∅	111,292	11,1292	89,226	2,9742

Výpočet momentu setrvačnosti:

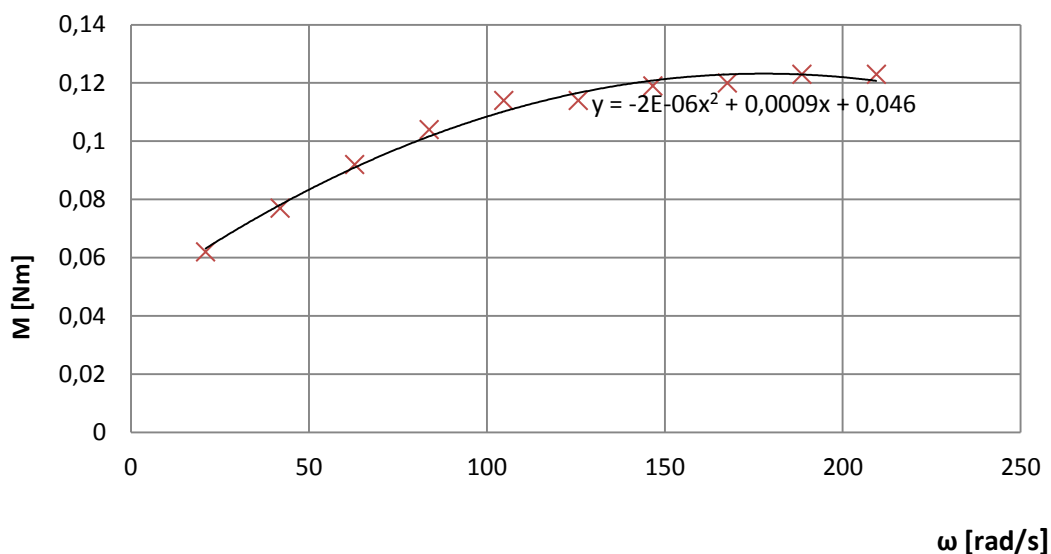
$$J_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R_1^2 + R_2^2) = \frac{1}{2} \cdot 4,085 \cdot (0,0119^2 + 0,13^2) = 0,0348 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Požadovaný moment setrvačnosti rotoru:

$$J = J_0 \cdot \left(\frac{t}{t_0} \right)^2 = 0,0348 \cdot \left(\frac{2,9742}{11,1292} \right)^2 = 0,002485 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

4.4 Mechanické ztráty

Během testu, kdy motor nebyl zapojený, a točil jím dynamometr. Na dynamometru se při různých otáčkách odečítal moment. Při nezatíženém motoru je výsledný moment ideálně nulový. Mechanické ztráty jsou tvořeny třením a ventilací rotoru. Tyto mechanické ztráty demonstruje ztrátový moment. Ztrátový moment nezatíženého stroje je funkcí otáček.



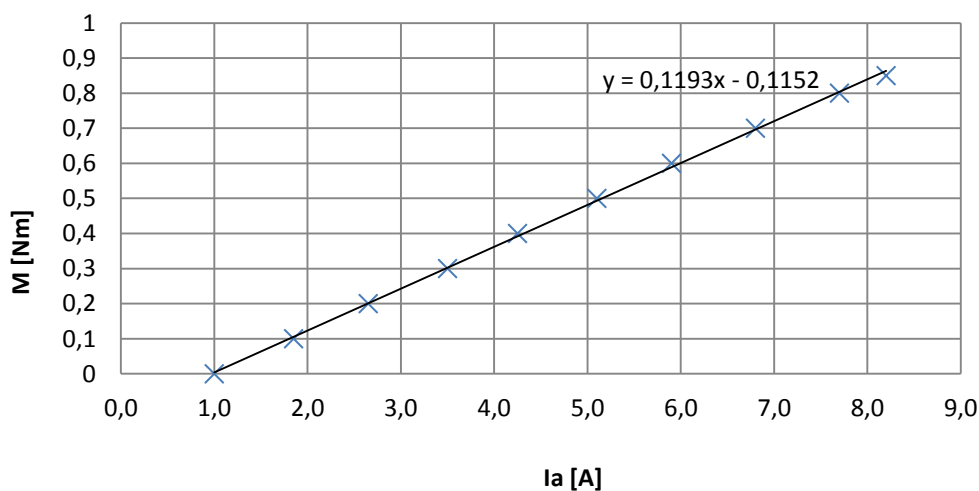
Obrázek 14: Mechanické ztráty stejnosměrného motoru

4.5 Konstanta stejnosměrného stroje

Konstanty stejnosměrného stroje byly změřeny pomocí zapojení s cizím buzením. Byla změřena závislost momentu stejnosměrného stroje na kotevním proudu I_a . Závislost byla aproximována a vytvořena rovnice regrese. Z této rovnice je odečtena směrnice k , která je tvořena: $k = c \cdot k_{\phi d} \cdot I_b$. Pro získání konstanty stroje $c \cdot k_{\phi}$ stačí směrnici k podělit konstantním proudem I_b . Postup bude stejný jak pro sériové vinutí, tak pro vinutí derivační.

4.5.1 Derivačního budícího vinutí

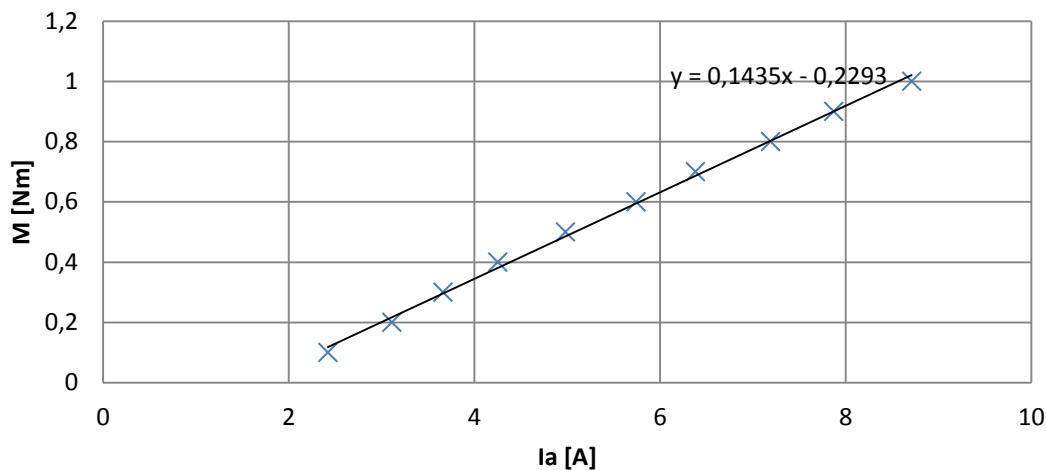
$$c \cdot k_{\phi d} = \frac{k}{I_b} = \frac{0,1193}{0,139} = 0,858 \quad I_b = 0,139 A, U_b = 38 V \quad (4.5.1.1)$$



Obrázek 15: Závislost momentu na proudu kotvou

4.5.2 Sériového budícího vinutí

$$c \cdot k_{\phi s} = \frac{k}{I_b} = \frac{0,1435}{8} = 0,0179 \quad I_b = 8A, U_b = 2,4V \quad (4.5.2.1)$$



Obrázek 16: Závislost momentu na proudu kotvou

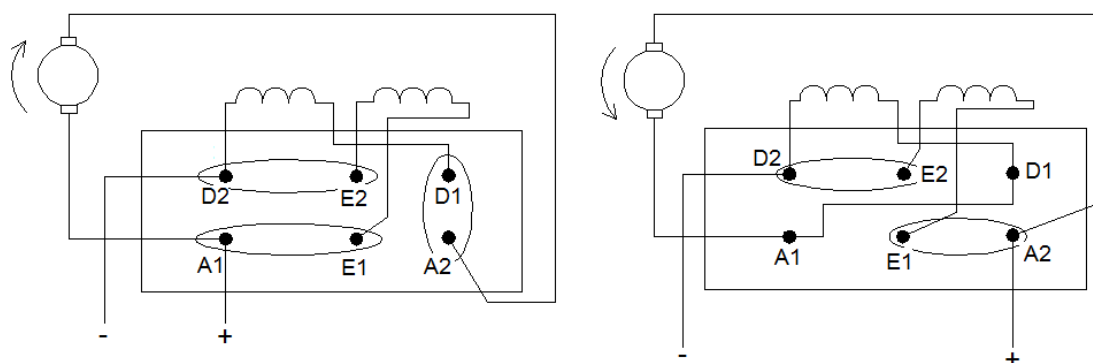
5 MĚŘENÍ

Měření bylo provedeno na stejnosměrném stroji od společnosti EM Brno s.r.o., motor má tyto štítkové parametry:

Tabulka 4: Parametry stejnosměrného motoru

Typ	Napětí	Proud	Výkon	Otáčky	Provoz	Krytí
3VB 63 L	$U_a = 48V$	$I_a = 7,5A$ $I_b = 0,14A$	$P = 250W$	$n = 1350 \text{ min}^{-1}$	S1	IP 23

Zapojení svorkovnice:



Obrázek 17: Schéma zapojení měřeného motoru pro oba směry otáčení

5.1 Porovnání ustálených hodnot

5.1.1 Cize buzený stroj

Tabulka 5: Naměřené hodnoty ze zatěžovací charakteristiky a hodnoty získané z programu

Naměřené hodnoty			Hodnoty MATLAB&Simulink			Relativní chyba	
$M_z [Nm]$	$I_a [A]$	$n [ot / min]$	$M_z [Nm]$	$I_a [A]$	$n [ot / min]$	$ \delta_{I_a} [\%]$	$ \delta_n [\%]$
0	1	1520	0	1,01	1425	1	6,25
0,1	1,85	1431	0,1	1,85	1382	0	3,42
0,2	2,65	1347	0,2	2,72	1340	2,64	0,52
0,3	3,5	1270	0,3	3,57	1297,5	2	2,17
0,4	4,25	1200	0,4	4,22	1255	0,71	4,58
0,5	5,1	1132	0,5	5,26	1212,5	3,14	7,11
0,6	5,9	1073	0,6	6,13	1169,4	3,89	8,98
0,7	6,8	1018	0,7	6,99	1127	2,79	10,7
0,8	7,7	970	0,8	7,85	1083,5	1,95	11,7

5.1.2 Kompaundní stroj

Tabulka 6: Naměřené hodnoty ze zatěžovací charakteristiky a hodnoty získané z programu

Naměřené hodnoty			Hodnoty MATLAB&Simulink			Relativní chyba	
$M_z [Nm]$	$I_a [A]$	$n [ot / min]$	$M_z [Nm]$	$I_a [A]$	$n [ot / min]$	$ \delta_{I_a} [\%]$	$ \delta_n [\%]$
0,8	4,3	1833,2	0,8	4,3	1878	0	2,39
0,9	4,7	1784,5	0,9	4,6	1820	2,17	1,95
1	5,1	1739,4	1	5	1767	2	1,56
1,1	5,4	1697,4	1,1	5,3	1718	1,89	1,2
1,2	5,8	1660,2	1,2	5,5	1672	5,45	0,71
1,3	6,1	1623,6	1,3	5,8	1630	5,17	0,39
1,4	6,5	1590,1	1,4	6,1	1591	6,56	0,057
1,5	6,8	1560,4	1,5	6,4	1553	6,25	0,48
1,6	7,2	1529,9	1,6	6,6	1519	9,09	0,72
1,7	7,5	1515,8	1,7	6,9	1485	8,7	2,07
1,8	7,8	1490	1,8	7,1	1453	9,86	2,55

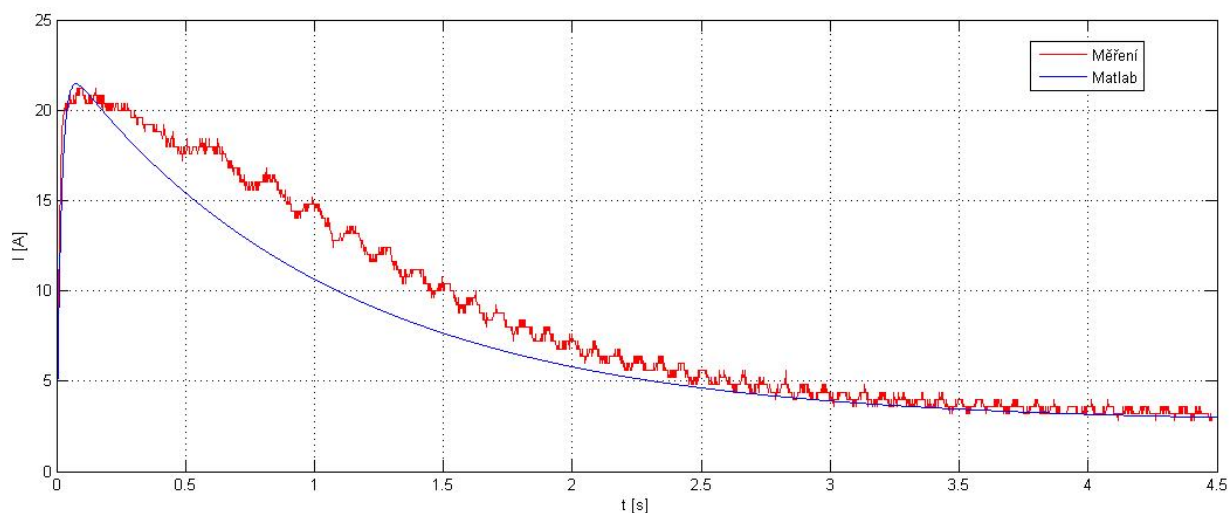
5.1.3 Sériově buzený stroj

Tabulka 7: Naměřené hodnoty ze zatěžovací charakteristiky a hodnoty získané z programu

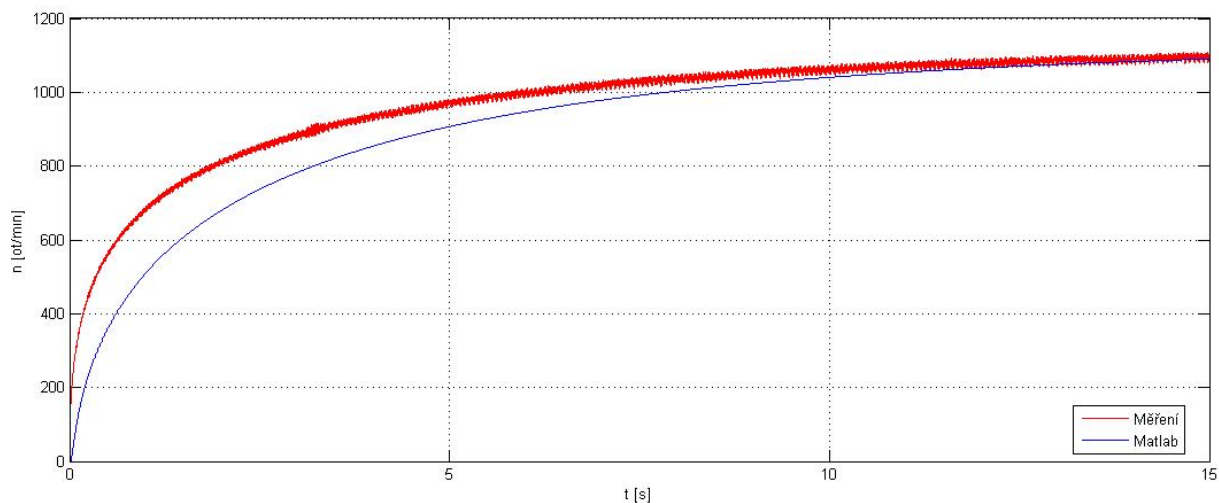
Naměřené hodnoty			Hodnoty MATLAB&Simulink			Relativní chyba	
$M_z [Nm]$	$I_a [A]$	$n [ot/min]$	$M_z [Nm]$	$I_a [A]$	$n [ot/min]$	$ \delta_{I_a} [%]$	$ \delta_n [%]$
0,1	2,9	1587	0,1	3,5	1675	17,14	5,25
0,2	3,6	1287,1	0,2	4,2	1325	14,29	2,86
0,3	4,3	1068,7	0,3	4,8	1105	10,42	3,29
0,4	4,8	937,2	0,4	5,3	948	9,43	1,14
0,5	5,3	818,9	0,5	5,8	835	8,62	1,93
0,6	5,8	744,6	0,6	6,2	745	6,45	0,054
0,7	6,2	667,7	0,7	6,6	671	6,06	0,49
0,8	6,6	603,2	0,8	7,0	609	5,71	0,95
0,9	7,1	569,1	0,9	7,4	556	4,05	2,36
1	7,5	519,1	1	7,7	511	2,59	1,59

5.2 Dynamické porovnání:

5.2.1 Cize buzený stroj

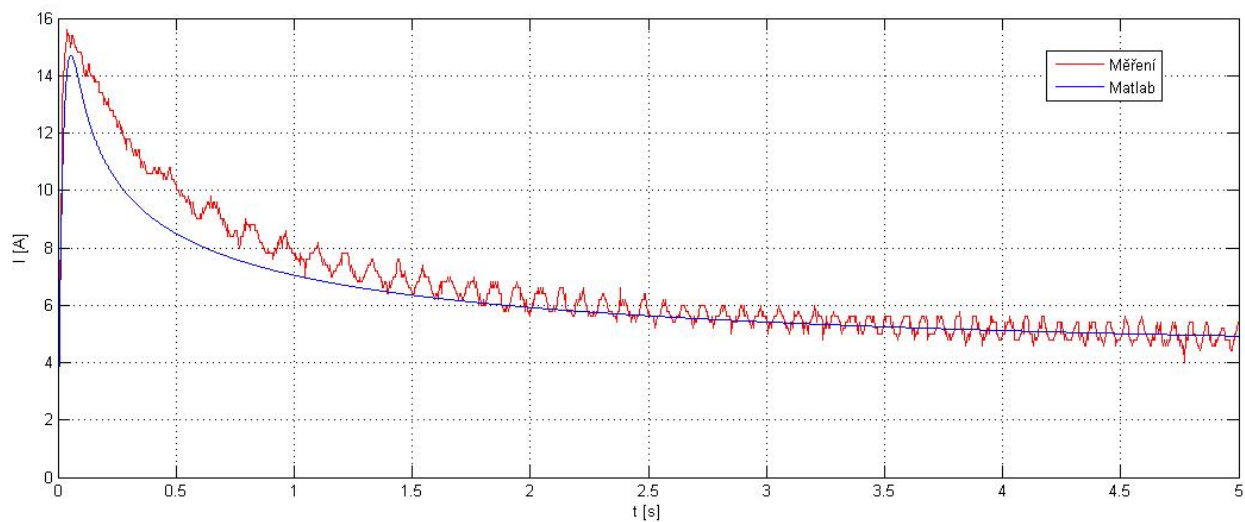


Obrázek 18: Naměřený a simulovaný průběh kotevního proudu $U_a = 15V$

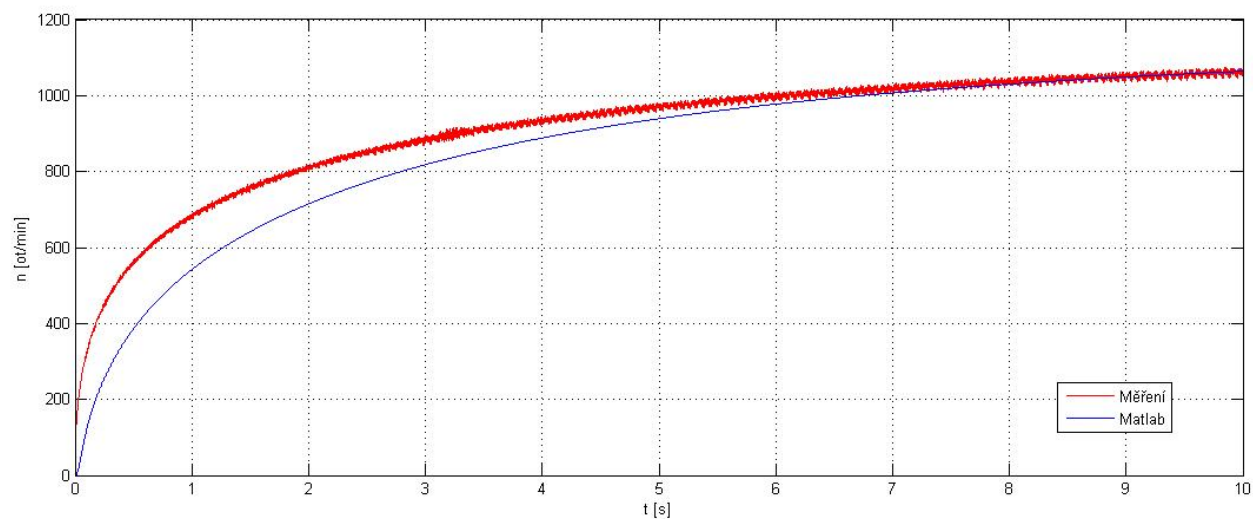


Obrázek 19: Naměřené a simulované otáčky stroje $U_a = 15V$

5.2.2 Sériově buzený stroj

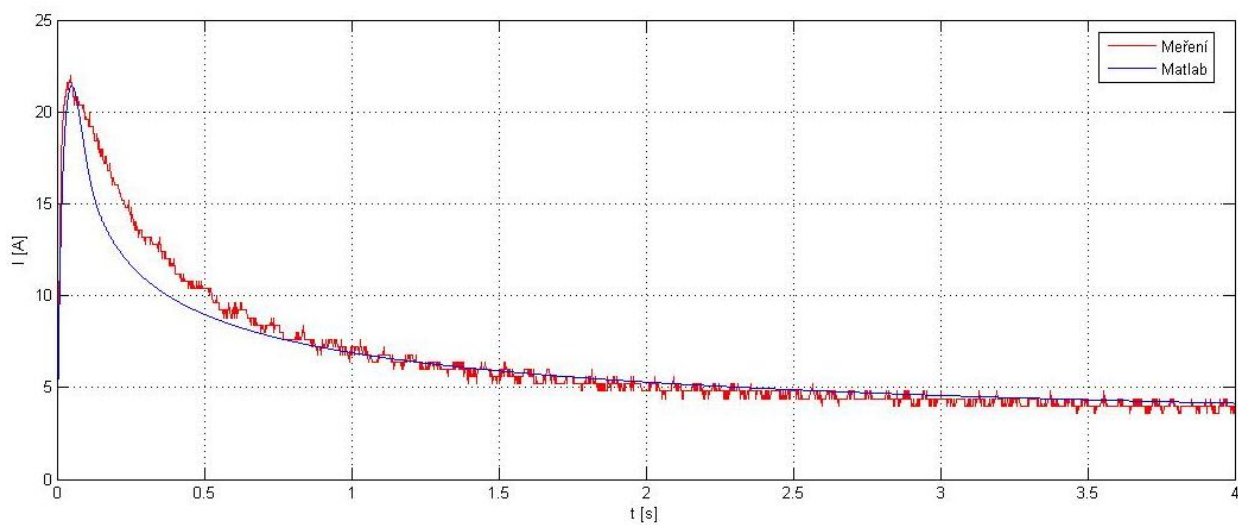


Obrázek 20: Naměřený a simulovaný průběh kotevního proudu $U_a = 15V$

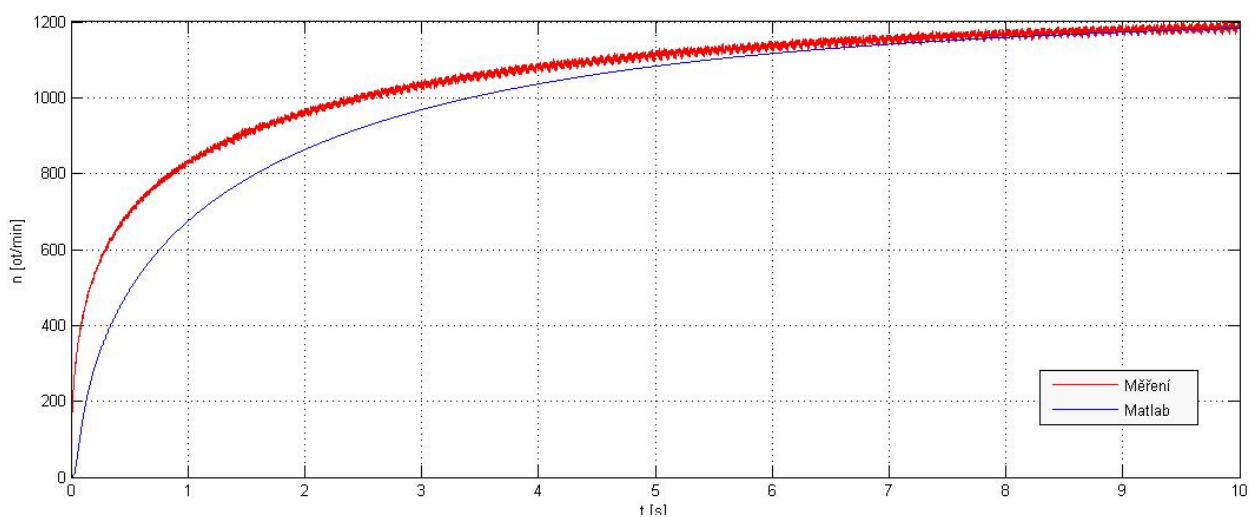


Obrázek 21: Naměřené a simulované otáčky stroje $U_a = 15V$

5.2.3 Kompaundní buzení



Obrázek 22: Naměřený a simulovaný průběh kotevního proudu $U_a = 20V$



Obrázek 23: Naměřené a simulované otáčky stroje $U_a = 20V$

6 ASYNCHRONNÍ STROJE

6.1 Úvod

Asynchronní stroj je nejpoužívanější točivý elektrický stroj, mezi jeho přední vlastnosti patří velmi jednoduchá konstrukce a minimální náklady na údržbu. Díky pokroku ve výkonové elektronice, se vyřešil problém s regulací rychlosti pomocí frekvenčních měničů a asynchronní stroje tak nahradily složitější stroje stejnosměrné z mnoha oblastí. V této stati bude pojednáno o základních vlastnostech, jednoduché konstrukci a matematickém modelu střídavého stroje, který je nezbytný pro analýzu jak statických, ale především dynamických vlastností asynchronního stroje.

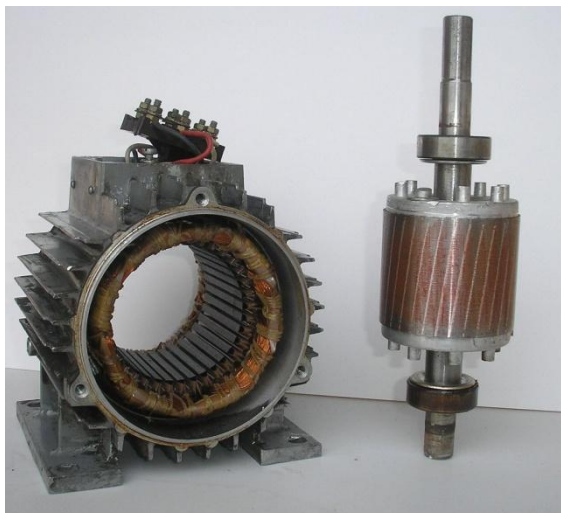
6.2 Konstrukce asynchronního stroje

Jako každý točivý stroj, není asynchronní stroj výjimka a je tvořen ze statoru a rotoru. Mezi statorem a rotorem je vzduchová mezera (řádově desetiny milimetru), umožňující otáčení rotoru. Stator je složen z nosné litinové kostry, do které jsou z vnitřní strany zalisovány, navzájem izolované, plechy tvořící část magnetického obvodu stroje. V drážkách statoru je umístěno vinutí stroje, které bývá obvykle trojfázové, ale může být i jedno či dvoufázové a začátky a konce vinutí jsou vyvedeny na svorkovnici. Podle konstrukce rotoru se rozlišuje rotor vinutý anebo rotor s kotvou nakrátko tzv. klec. U motoru s kotvou nakrátko, jsou v drážkách motoru uloženy tyče z mosazi či hliníku, spojené po obou stranách zkratovacími kruhy identického materiálu. Tvar rotorových drážek u klecového vinutí může být různý podle požadovaného průběhu momentu a velikosti momentu záběrného.

Speciální tvary klecového vinutí:

- Vírová kotva (hluboké drážkování)
- Dvojitá klec (Boucherot)

Kde tyče umístěné blíže vzduchové mezeře jsou z odporového materiálu. Stroje s vinutým (kroužkovým) rotorem se dříve používaly s rotorovým odporovým spouštěčem. Ten připojoval externí odpory přes kroužky a kluzné kontakty a dokázal tak rozběhnout motor postupně a bez proudových nárazů.

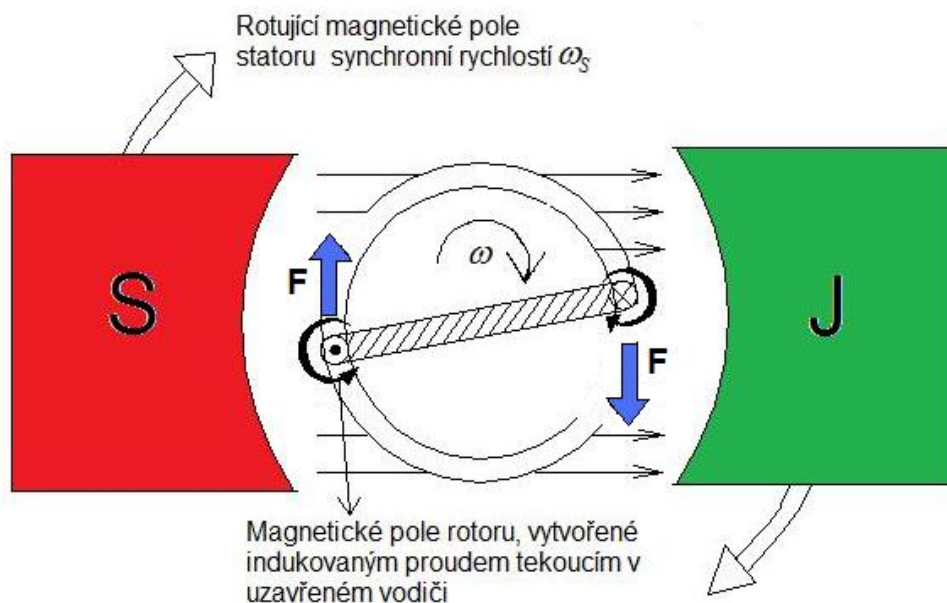


Obrázek 24: Třífázový asynchronní motor s kotvou nakrátko

6.3 Princip činnosti

Nejběžnějším typem asynchronního stroje je trojfázový asynchronní motor. Základní princip spočívá ve vytvoření točivého magnetického pole statoru. Toto pole vytvoříme připojením trojfázového napětí na statorové cívky přes svorkovnici. Jednotlivé cívky jsou vůči sobě posunuty o 120° . Rychlost otáčení magnetického pole (synchronní rychlost) je dána vztahem:

$$\omega_s = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot 60}{p} \quad (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}; \text{Hz}; -) \quad (6.3.1)$$



Obrázek 25: Princip asynchronního stroje

Točící se magnetické pole protíná vodiče rotoru, indukuje v nich napětí, proto se tento stroj někdy nazývá indukční, a v případě že vinutí rotoru je uzavřeno, protéká jím proud, který vytváří magnetické pole rotoru. Vzájemným působením obou polí vznikne síla, která otáčí rotorem ve směru působení statorového magnetického pole. Situace je znázorněna na obrázku 25. Rotor se otáčí vždy o něco pomaleji, zaostává za rychlostí točivého magnetického pole. V případě stejné rychlosti rotoru a magnetického pole, by vodiče rotoru neprotínaly siločáry magnetického pole a žádné napětí by se neindukovalo. Vždy musí existovat relativní pohyb mezi magnetickým polem a rotorem. Tento rozdíl otáček magnetického pole n_s a otáček rotoru n nazýváme skluz.

$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} \cdot 100 \quad (\%; \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}) \quad (6.3.2)$$

Otáčky podle vztahu (6.3.1) závisí na frekvenci napájecího napětí a na počtu pólových dvojic. Otáčky rotoru a skluz se mění s mechanickým zatížením. Skluz se u malých motorů pohybuje okolo 10% u velkých kolem 1%.

6.4 Momentová charakteristika

Momentová charakteristika vyjadřuje závislost točivého momentu na otáčkách případně na skluzu $M = f(s, n)$. Průběh charakteristiky je naznačen na obrázku 26.



Obrázek 26: Momentová charakteristika asynchronního stroje

Velmi důležité hodnoty momentové charakteristiky jsou moment zvratu M_{ZV} , moment jmenovitý M_N a moment záběrný M_Z . V okamžiku připojení motoru na síť jsou otáčky nulové. Činný odpor je velmi malý a proto může rozběhový proud dosáhnout až několikanásobku jmenovité hodnoty. Tento proud se je nutné omezit a přitom zvýšit záběrný moment na maximum. Moment zvratu M_{ZV} je maximální moment, který je stroj schopen udržet při co největším zatížení a moment jmenovitý je pracovní bod, pro který byl stroj navržen a kde vykazuje předepsané štítkové parametry.

6.5 Teorie střídavých strojů

Pro zjednodušení analýzy střídavého stroje, se bude vycházet z následujících předpokladů:

- Statorové i rotorové vinutí je trojfázově symetrické, napětí jsou harmonická
- Magnetizační charakteristika stroje je lineární
- Činné odpory a indukčnosti vinutí jsou stejné
- Ztráty v magnetických obvodech se zanedbávají
- Magnetické pole ve vzduchové mezeře má sinusové rozložení
- Neuvažuje se vliv drážkování

6.6 Komplexní prostorový fázor

Pro popis trojfázových obvodů se běžně stavové veličiny (okamžité hodnoty proudu a napětí) převádí do komplexní roviny. Pozornost je věnována statorovému vinutí, napájeného střídavým proudem i_u, i_v, i_w . Pro vytvoření fázového posunu o 120° mezi jednotlivými fázemi U, V a W je využito jednotkového vektoru \bar{a} označovaného jako „operátor natočení“. Průběh okamžitých hodnot proudů i_u, i_v, i_w je nahrazen prostorovým fázorem, pro něhož platí:

$$\bar{I} = K \cdot (i_u + i_v \cdot \bar{a} + i_w \cdot \bar{a}^2) \quad \bar{a} = e^{j\frac{2}{3}\pi} \quad \bar{a}^2 = e^{j\frac{4}{3}\pi} \quad (6.6.1)$$

Do vztahu (6.6.1) jsou dosazeny okamžité hodnoty satorových proudů o amplitudě I_m a je použita algebra pro operátor natočení \bar{a} . Polární tvar prostorového fázoru je:

$$\bar{I} = \frac{3}{2} \cdot K \cdot I_m \cdot e^{j\omega_s t} = \frac{3}{2} \cdot K \cdot I_m \cdot e^{j\theta_s} \quad (6.6.2)$$

Koeficient K se dá volit libovolně. Při zvolení koeficientu $K = 2/3$ bude velikost prostorového fázoru odpovídat maximální absolutní hodnotě fázových veličin. Do prostorového fázoru se dá převést libovolná stavová proměnná $\bar{U}, \bar{\psi}$.

6.7 Transformace souřadnic

Díky transformaci, je trojfázové vinutí nahrazeno vinutím dvojfázovým o ekvivalentním působení. Osy cívek u dvojfázového systému jsou vždy kolmé (ortogonální systém). Náš výklad se omezí na dvě nejznámější. Jmenovitě je to *Clarkova* (α, β) a *Parkova* (k, l) transformace.

6.7.1 Clarkova transformace

Do rovnice (6.6.1) je dán složkový tvar jednotkového vektoru.

$$\bar{a} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} j \quad \bar{a}^2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} j \quad (6.7.1.1)$$

Prostorový fázor se tak rozdělí na imaginární a reálnou složku. Imaginární budeme označovat β a reálnou α .

$$\bar{I}^\alpha = \frac{1}{3} \cdot (2i_u - i_v - i_w) \quad \bar{I}^\beta = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (i_v - i_w) \quad (6.7.1.2)$$

Clarkova transformace převádí prostorový fázor z fázových hodnot do stojícího souřadného systému α, β . Pro obrácený postup, kdy jsou známy složky prostorového fázoru, platí pro okamžité hodnoty proudu:

$$i_u = \text{Re}[\bar{I}_s] = I^\alpha \quad (6.7.1.3)$$

$$i_v = \text{Re}[\bar{I}_s \cdot \bar{a}^2] = -\frac{1}{2} I^\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} I^\beta \quad (6.7.1.4)$$

$$i_w = \text{Re}[\bar{I}_s \cdot \bar{a}] = -\frac{1}{2} I^\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} I^\beta \quad (6.7.1.5)$$

6.7.2 Parkova transformace

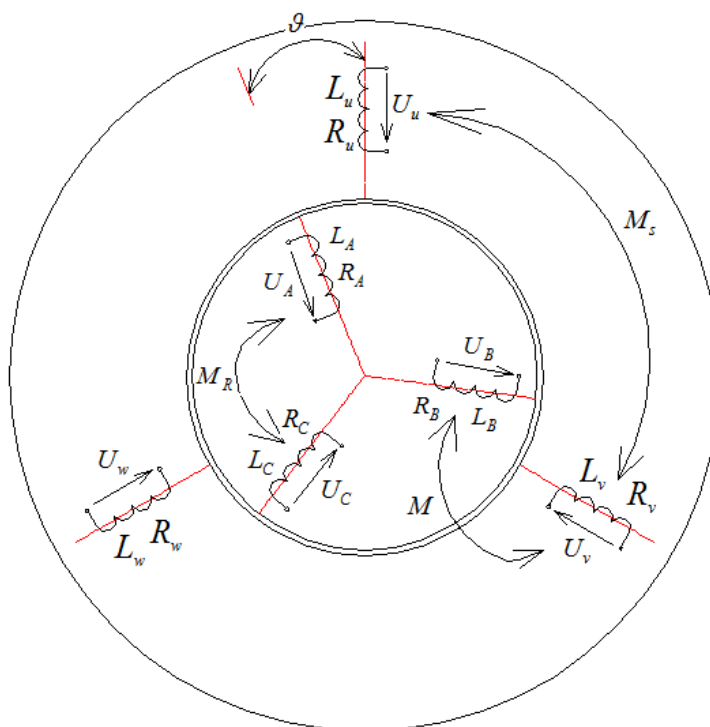
Clarkova transformace je stacionární, souřadný systém je pevně svázaný se statorem. Protože rotor se vůči statoru otáčí uhlovou rychlostí ω , a tím se mění vzájemná magnetická vazba mezi rotorem a statorem, je jednodušší pro analýzu rotorových veličin použít Parkovu transformaci. Stojící prostorový fázor je transformován do rotujících souřadnic pomocí vztahů (6.7.2.1). Hodnota prostorového fázoru v rotujícím souřadném systému (horní index kl) je dána vztahem:

$$\bar{I}^{kl} = \bar{I}^{\alpha\beta} \cdot e^{j-\vartheta_k} \quad \bar{I}^{\alpha\beta} = \bar{I}^{kl} \cdot e^{j\vartheta_k} \quad (6.7.2.1)$$

Vyjádření ve složkovém tvaru:

$$\bar{I}^{\alpha\beta} = (I_k + jI_l) \cdot (\cos \vartheta_k + j \sin \vartheta_k) \quad \bar{I}^{kl} = (I_\alpha + jI_\beta) \cdot (\cos \vartheta_k - j \sin \vartheta_k) \quad (6.7.2.2)$$

6.8 Model asynchronního stroje



Obrázek 27: Schéma asynchronního motoru [převzato ze 7]

Na obrázku 27 je souměrný asynchronní stroj s vinutým rotorem. Jednotlivé indukčnosti vyobrazené ve stroji jsou:

$L_u = L_v = L_w$ vlastní indukčnost statorových fází,

$L_A = L_B = L_C$ vlastní indukčnost rotorových fází,

M_s vzájemná indukčnost dvou statorových fází, cívky jsou pootočený o 120° , jejich magnetická vazba je záporná $\cos(120^\circ) = -1/2$.

M_r vzájemná indukčnost dvou rotorových fází cívky jsou pootočený o 120° , jejich magnetická vazba je záporná $\cos(120^\circ) = -1/2$.

M Vzájemná indukčnost mezi statorem a rotorem u odpovídající fáze. Velikost vzájemné indukčnosti M_{sr} , která závisí na poloze rotoru vůči statoru, je funkcí kosinus $M = M_{sr} \cos \vartheta$. Při úhlu natočení $\vartheta = 0$, bude vzájemná indukčnost maximální $M = M_{sr}$, při $\vartheta = \pi/2$ bude indukčnost nulová $M = 0$ a při $\vartheta = \pi$ bude minimální $M = -M_{sr}$.

$R_u = R_v = R_w = R_s$ Odpory jednotlivých satorových cívek, díky symetrii tyto opory jsou pokládány za stejné a nadále bude psáno pouze R_s

$R_A = R_B = R_C = R_R$ Odpory rotorových cívek, díky symetrii jsou označeny R_R

6.8.1 Základní rovnice asynchronního stroje

Asynchronní stroj se skládá ze dvou cívkových soustav a to z rotorové a satorové. U obou je souměrné třífázové vinutí. Rotorové vinutí s označením u, v, w a satorové s označením A, B, C . Celkem je tedy šest základních rovnic pro jednotlivé cívky.

$$u_j = R_j \cdot i_j + \frac{d\psi_j}{dt} \quad (j = u, v, w, A, B, C) \quad (6.8.1.1)$$

Spřažený magnetický tok fáze satorového vinutí u , lze psát:

$$\begin{aligned} \psi_u = & L_u \cdot i_u + M_s \cdot i_v \cdot \cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + M_s \cdot i_w \cdot \cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right) + M \cdot i_A \cdot \cos \vartheta + \\ & + M \cdot i_B \cdot \cos\left(\frac{2}{3}\pi + \vartheta\right) + M \cdot i_C \cdot \cos\left(-\frac{2}{3}\pi + \vartheta\right) \end{aligned} \quad (6.8.1.2)$$

Rovnice (6.8.1.2) pro celkový spřažený tok fáze u je upravena za předpokladu, že vinutí je bez vyvedeného společného uzlu $i_v + i_w = -i_u, i_B + i_C = -i_A$ a natočení rotoru vůči satoru bude nulové $\vartheta = 0$. Po úpravě rovnice přejde do tvaru:

$$\psi_u = \left(L_u + \frac{1}{2} M_s \right) \cdot i_u + \frac{3}{2} M i_A = L_s i_u + L_h i_A \quad (6.8.1.3)$$

L_s je výsledná indukčnost fáze satorového vinutí při uvažování vlivu ostatních fází.

L_h vzájemná indukčnost satoru a rotoru při uvažování vlivu všech ostatních fází

Stejným způsobem se dá sestavit spřažený tok i pro ostatní fáze satorové (v, w) a rotorové (A, B, C).

6.8.2 Převedení rovnic do komplexní roviny

Zavedením prostorových vektorů do odvozených napěťových rovnic:

$$\overline{U}_s^{\alpha\beta} = R_s \cdot \overline{I}_s^{\alpha\beta} + \frac{d\overline{\psi}_s^{\alpha\beta}}{dt} \quad (6.8.2.1)$$

$$\overline{U}_R^{kl} = R_R \cdot \overline{I}_R^{kl} + \frac{d\overline{\psi}_R^{kl}}{dt} \quad (6.8.2.2)$$

Fázor s označením S je satorová veličina a fázor s označením R je rotorová veličina. Rotor se vůči satoru otáčí úhlovou rychlostí $\vartheta = \omega t$ a mění tak vzájemnou indukčnost satorových a rotorových vinutí. Spřažené magnetické toky ve formě prostorových vektorů:

$$\bar{\psi}_S^{\alpha\beta} = L_S \cdot \bar{I}_S^{\alpha\beta} + L_h \cdot \bar{I}_R^{kl} \cdot e^{j\vartheta_K} \quad (6.8.2.3)$$

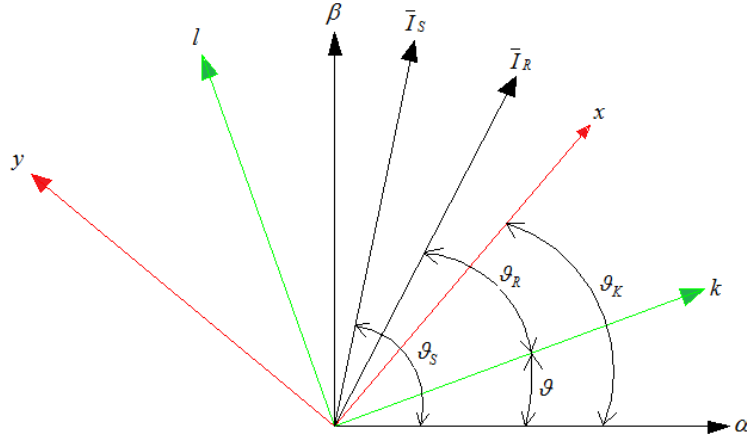
$$\bar{\psi}_R^{kl} = L_S \cdot \bar{I}_R^{kl} + L_h \cdot \bar{I}_S^{\alpha\beta} \cdot e^{-j\vartheta_K} \quad (6.8.2.4)$$

Rovnice se upraví podle Parkovy transformace, vztahy (6.7.2.1).

$$\bar{\psi}_S^{\alpha\beta} = L_S \cdot \bar{I}_S^{\alpha\beta} + L_h \cdot \bar{I}_R^{\alpha\beta} \quad (6.8.2.5)$$

$$\bar{\psi}_R^{kl} = L_S \cdot \bar{I}_R^{kl} + L_h \cdot \bar{I}_S^{kl} \quad (6.8.2.6)$$

Rovnice (6.8.2.1 až 6.8.2.6) tvoří základní rovnice asynchronního stroje, ale pro vyjádření prostorových vektorů byly použity dva souřadnicové systémy. Jeden nehybný statorový (systém $\alpha\beta$) a druhý rotorový (systém kl). Pro analýzu stroje je výhodné vyjádřit prostorové vektory statoru i rotoru v jediném souřadnicovém systému. Proto oba dva systémy převedeme na systém, otáčející se obecnou úhlovou rychlostí ω_k . Systém označíme písmenky xy .



Obrázek 28: Relace mezi souřadnicovými systémy [převzato ze 7]

Pro napěťové rovnice platí:

$$\bar{U}_S^{\alpha\beta} \cdot e^{j\vartheta_K} = R_S \cdot \bar{I}_S^{\alpha\beta} \cdot e^{j\vartheta_K} + \frac{d}{dt} \left(\bar{\psi}_S^{\alpha\beta} \cdot e^{j\vartheta_K} \right) \quad (6.8.2.7)$$

$$\bar{U}_R^{kl} \cdot e^{j(\vartheta_K - \vartheta)} = R_S \cdot \bar{I}_R^{kl} \cdot e^{j(\vartheta_K - \vartheta)} + \frac{d}{dt} \left(\bar{\psi}_R^{kl} \cdot e^{j(\vartheta_K - \vartheta)} \right) \quad (6.8.2.8)$$

Po derivování kdy $d\vartheta_k/dt = \omega_k$ a úpravě přejdou rovnice do finální podoby, kdy obě soustavy mají stejný souřadnicový systém.

$$\bar{U}_S^{xy} = R_S \cdot \bar{I}_S^{xy} + \frac{d\bar{\psi}_S^{xy}}{dt} + j \cdot \omega_k \cdot \bar{\psi}_S^{xy} \quad (6.8.2.9)$$

$$\bar{U}_R^{xy} = R_R \cdot \bar{I}_R^{xy} + \frac{d\bar{\psi}_R^{xy}}{dt} + j \cdot \bar{\psi}_S^{xy} (\omega_k - \omega) \quad (6.8.2.10)$$

Stejná transformace je provedena i pro spřažené toky

$$\overline{\psi}_S^{xy} = L_S \cdot \overline{I}_S^{xy} + L_h \cdot \overline{I}_R^{xy} \quad (6.8.2.11)$$

$$\overline{\psi}_R^{xy} = L_R \cdot \overline{I}_R^{xy} + L_h \cdot \overline{I}_S^{xy} \quad (6.8.2.12)$$

Rozložení rovnic (6.8.2.9 – 6.8.2.12) do reálné a imaginární složky:

$$U_S^x = R_S \cdot I_S^x + \frac{d\psi_S^x}{dt} - \omega_k \cdot \psi_S^y \quad \psi_S^x = L_S \cdot I_S^x + L_h \cdot I_R^x \quad (6.8.1.13)$$

$$U_S^y = R_S \cdot I_S^y + \frac{d\psi_S^y}{dt} + \omega_k \cdot \psi_S^x \quad \psi_S^y = L_S \cdot I_S^y + L_h \cdot I_R^y \quad (6.8.1.14)$$

$$U_R^x = R_R \cdot I_R^x + \frac{d\psi_R^x}{dt} - (\omega_k - \omega_{el}) \cdot \psi_R^y \quad \psi_R^x = L_R \cdot I_R^x + L_h \cdot I_S^x \quad (6.8.1.15)$$

$$U_R^y = R_R \cdot I_R^y + \frac{d\psi_R^y}{dt} + (\omega_k - \omega_{el}) \cdot \psi_R^x \quad \psi_R^y = L_R \cdot I_R^y + L_h \cdot I_S^y \quad (6.8.1.16)$$

Rovnice představují matematický model asynchronního stroje s vinutím na statoru i na rotoru.

6.8.3 Moment asynchronního motoru

Moment motoru je odvozen z energetické bilance. Energie, kterou do stroje přivedeme, se skládá z vnitřní energie a zmařené (ztráty ve vinutí) rovnice (6.8.3.1).

$$dW_i = P_i dt = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left[\left(\overline{U}_S \cdot \overline{I}_S^* + \overline{U}_R \cdot \overline{I}_R^* \right) - \left(R_S \cdot I_S^2 + R_R \cdot I_R^2 \right) \right] dt \quad (6.8.3.1)$$

Tato vnitřní energie se skládá z energie magnetického a mechanického pole stroje.

$$dW_i = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left[\left(\frac{d\overline{\psi}_S}{dt} \overline{I}_S^* + \frac{d\overline{\psi}_R}{dt} \overline{I}_R^* \right) + j\omega \overline{\psi}_S \overline{I}_S^* \right] dt \quad (6.8.3.2)$$

Pro změnu mechanické energie platí:

$$dW_{mech} = M \cdot d\mathcal{G}_{mech} = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left[j\omega_{mech} \cdot p \cdot \overline{\psi}_S \cdot \overline{I}_S^* \right] dt \quad (6.8.3.3)$$

Ze vztahu (6.8.3.3) je vyjádřen moment stroje M .

$$M_i = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \operatorname{Re} \left[j\overline{\psi}_S \cdot \overline{I}_S^* \right] = \frac{3}{2} p \cdot \operatorname{Im} \left[\overline{\psi}_S^* \cdot \overline{I}_S \right] \quad (6.8.3.4)$$

Rovnice (6.8.3.4) vyjádřená ve složkovém tvaru:

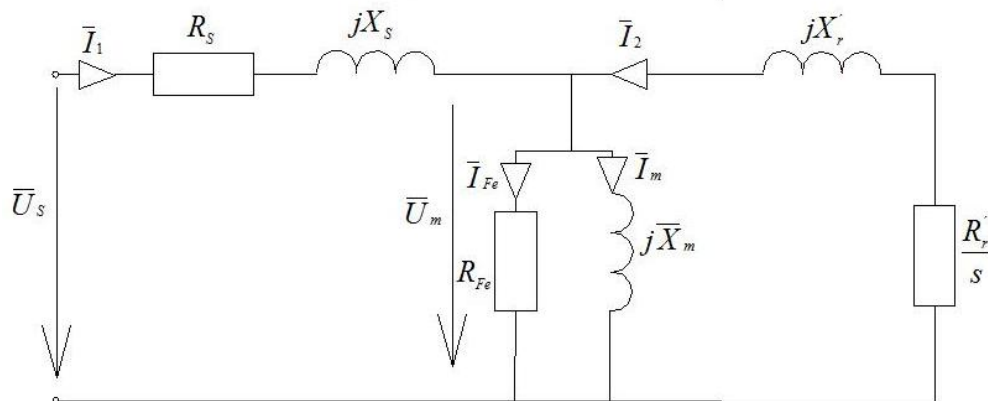
$$M_i = \frac{3}{2} p \cdot \operatorname{Im} \left[\psi_S^x \cdot I_S^y - \psi_S^y \cdot I_S^x \right] \quad (6.8.3.5)$$

Pro kompletní popis asynchronního stroje, jsou rovnice doplněny o pohybovou rovnici.

$$\frac{J}{p} \cdot \frac{d\omega_{el}}{dt} = M_i - M_z \quad (6.8.3.6)$$

7 PARAMETRY ASYNCHRONNÍHO STROJE

Vychází se z náhradního schématu asynchronního motoru Obrázek 29.



Obrázek 29: Náhradní schéma asynchronního motoru [převzato z 11]

Ohmický odpor statorového vinutí byl změřen pomocí multimetru, měření bylo provedeno několikrát pro všechny cívky a pokaždé nám vyšla stejná hodnota.

$$R_S = R_u = R_v = R_w = 0,43\Omega$$

7.1 Měření nakrátko

Odpor rotorového vinutí byl dopočítán pomocí náhradního schématu asynchronního stroje při měření nakrátko. Svislá větev je v tomto případě zanedbána. Rotor je při měření zabrzděn a měření je provedeno při sníženém napětí, aby nedošlo k poškození vlivem vysokého proudu nakrátko.

Tabulka 8: Měření nakrátko:

I_k [A]	U_k [V]	P_k [W]	$\cos \varphi$ [-]	R_r [Ω]	Z_k [Ω]	X [Ω]
8,297	$14,263/\sqrt{3}$	157,9	0,7709	0,265	0,992	0,642

Výpočet rotorového vinutí:

$$R_r' = \frac{P_k}{3 \cdot I_k^2} - R_s = \frac{157,9}{3 \cdot 8,297^2} - 0,43 = 0,338\Omega \quad (7.1.1)$$

Výpočet podélné impedance:

$$Z_k = \frac{U_k}{I_k} = \frac{14,263}{\sqrt{3} \cdot 8,297} = 0,992\Omega \quad (7.1.2)$$

Výpočet reaktance:

$$X = X_s + X_r' = \sqrt{Z_k^2 - (R_s + R_r')^2} = \sqrt{0,992^2 - (0,43 + 0,338)^2} = 0,628\Omega \quad (7.1.3)$$

Podle normy IEEE, která vychází z empirických zkušeností, platí:

$$X_s = 0,5 \cdot X \quad \text{a} \quad X_r' = 0,5 \cdot X \quad (7.1.4)$$

Statorová a rotorová reaktance:

$$X_s = X_r' = 0,314\Omega \quad L_s = L_r' = \frac{X_s}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{0,314}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 1mH \quad (7.1.5)$$

7.2 Měření naprázdno

Při měření naprázdno, odpojí se hřídel motoru od dynamometru a změří se fázové proudy, fázové napětí a účinník. Pro výpočet je zobrazen pouze jeden řádek z naměřených hodnot.

Tabulka 9: Měření naprázdno:

U_0 [V]	I_0 [A]	$\cos \varphi$ [–]
$47,74/\sqrt{3}$	8,66	0,186

Impedance statorové podélné větve:

$$\bar{Z}_1 = (R_s + jX_s) = (0,43 + j0,314)\Omega \quad (7.2.1)$$

Rozdělení proudu na činnou a jalovou složku:

$$\bar{I}_1 = I_0 \cdot (\cos \varphi - j \sin \varphi) = 8,66 \cdot (0,186 - j0,983) = (1,61 - j8,51)A \quad (7.2.2)$$

Napětí na magnetizační, příčné větvi:

$$\bar{U}_m = \bar{U}_s - \bar{U}_1 = \bar{U}_s - \bar{I}_1 \cdot \bar{Z}_1 = \frac{47,74}{\sqrt{3}} - (1,61 - j8,51) \cdot (0,43 + j0,321) = (24,2 + j3,15)V \quad (7.2.3)$$

Magnetizační proud:

$$I_{Fe} = \frac{P_{Fe}}{|U_m|} = \frac{8,45}{24,4} = 0,346A \quad (7.2.4)$$

Odpor symbolizující ztráty v železe:

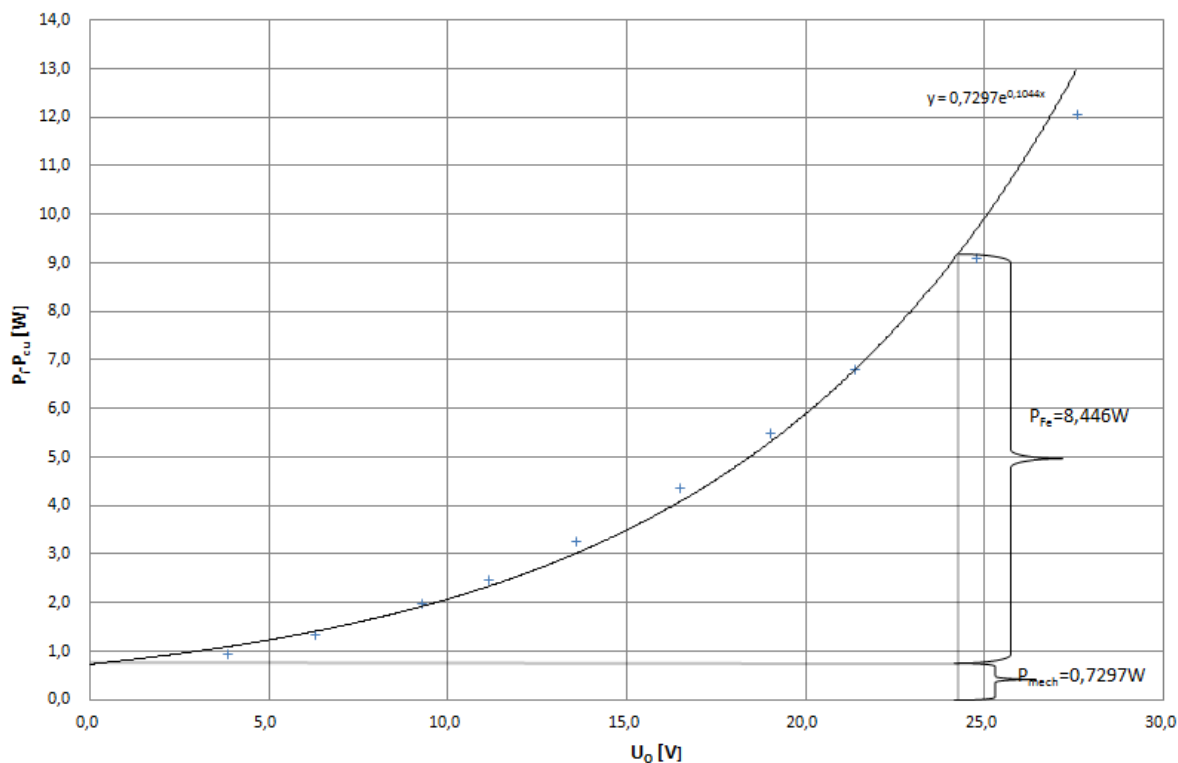
$$R_{Fe} = \frac{U_m}{I_{Fe}} = \frac{24,4}{0,346} = 70,52\Omega \quad (7.2.5)$$

Magnetizační reaktance:

$$X_m = \frac{U_m}{\sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2}} = \frac{24,4}{\sqrt{8,66^2 - 0,346^2}} = 2,82\Omega \quad (7.2.6)$$

Výpočet magnetizační indukčnosti:

$$L_m = \frac{X_m}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{2,82}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 8,98mH \quad (7.2.7)$$



Obrázek 30: Rozdělení ztrát při měření naprázdno

Výpočet indukčností v modelu:

$$L_{SS} = L_r = L_s + \frac{2}{3} L_M = 1 + \frac{2}{3} \cdot 8,98 = 6,99mH \quad (7.2.8)$$

$$M_s = M_r = -\frac{1}{3} \cdot L_M = -2,99mH \quad (7.2.9)$$

$$M_{Sr} = \frac{2}{3} \cdot L_M = 5,99mH \quad (7.2.10)$$

Moment setrvačnosti pro asynchronní motor se získal stejným způsobem jako u motoru stejnosměrného.

$$J = 1,08 \cdot 10^{-3} kg \cdot m^2 \quad (7.2.11)$$

8 POROVNANÉ VÝSLEDKY

Měření bylo provedeno na třífázovém asynchronním stroji od společnosti EMP Brno s.r.o., motor má tyto štítkové parametry:

Tabulka 10: Štítkové hodnoty asynchronního motoru

Typ	$P[W]$	$U_n[V]$ Y/D	$n_n[1/min]$	$I_n[A]$	$\cos \varphi$	Provoz
TM71-6M	250	42/24	920	7,7	0,67	S1

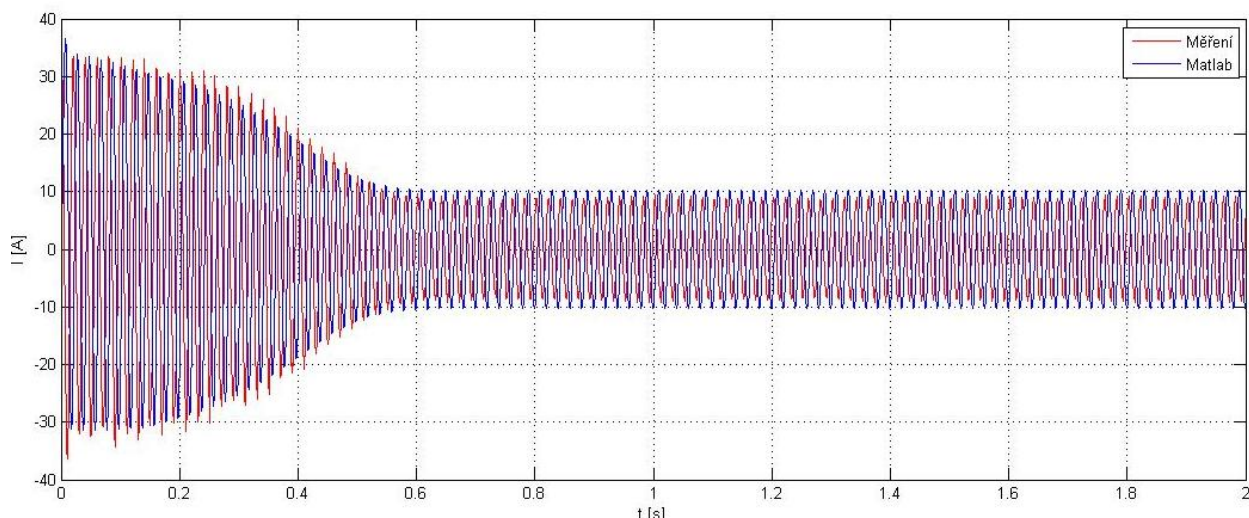
8.1 Porovnání ustálených hodnot

Parametry asynchronního motoru byly zadány do modelu v programu Simulink. Po odeznění přechodového děje, dojde k ustálení hodnot, které porovnáme s hodnotami získaných z měření.

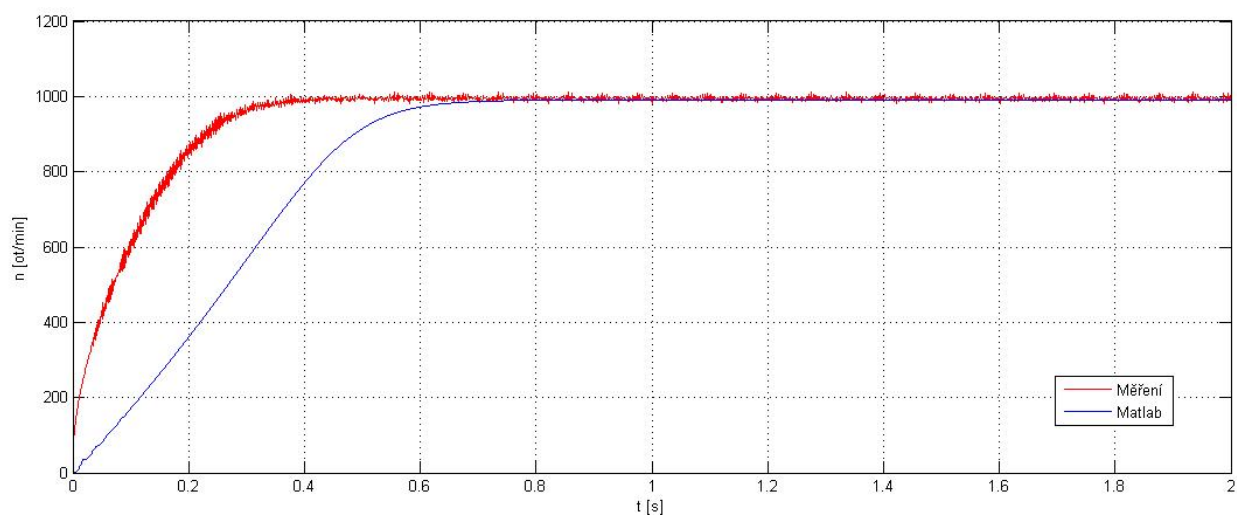
Tabulka 11: Naměřené hodnoty zatěžovací charakteristiky a hodnoty získané z programu

Naměřené hodnoty			Hodnoty MATLAB&Simulink			Relativní chyba	
$M_z[Nm]$	$I_{ef}[A]$	$n[ot/min]$	$M_z[Nm]$	$I_{max}/\sqrt{2}[A]$	$n[ot/min]$	$ \delta_{I_a} [%]$	$ \delta_n [%]$
3,2	8,4	911	3,2	9,35	883	10,16	3,07
2,9	7,8	924	2,9	8,97	898	13,04	2,81
2,6	7,6	935	2,6	8,56	911	11,21	2,57
2,3	7,3	944	2,3	8,22	923	11,19	2,23
2	7,0	953	2	7,93	935	11,72	1,89
1,7	6,8	961	1,7	7,7	946	11,69	1,56
1,4	6,7	969	1,4	7,51	956	10,79	1,34
1,1	6,7	976	1,1	7,38	966	9,214	1,03
0,8	6,7	983	0,8	7,29	976	8,093	0,71
0,5	6,8	989	0,5	7,25	985	6,206	0,40

8.2 Porovnání dynamických dějů



Obrázek 31: Naměřený a simulovaný průběh proudu fáze při rozběhu naprázdno $U_s = 40V$



Obrázek 32: Naměřený a simulovaný průběh otáček motoru při rozběhu naprázdno $U_s = 40V$

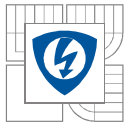
9 ZÁVĚR

Hlavním cílem této práce bylo porovnat výsledky ze simulace elektrických strojů s výsledky z měření. Program Matlab&Simulink, který byl pro tento úkol využit, se ukázal jako přehledný a užitečný nástroj. Modely stejnosměrných strojů a asynchronního stroje jsou v příloze.

Při vytváření modelu byly zanedbány parametry, které ale mají vliv při reálném měření. Napěťový úbytek na kartáčích byl zvolen jako konstantní hodnota 2V vzhledem k uhlíkovým kartáčům. Úbytek na kartáčích je přímo úměrný na proudové hustotě a na začátku přechodového děje, kdy proud strmě narůstá, dosáhne úbytek na kartáčích své maximální hodnoty. Po odeznění přechodového děje, úbytek na kartáčích klesne.

Vlastní indukčnosti cívek jsou v modelu brány jako konstanty. Ve skutečnosti, při nelineárním průběhu je indukčnost v oblasti nasycení závislá na proudu. S většími proudy, které doprovází přechodový děj, se indukčnost snižuje. Budicí konstanta stroje je také závislá na protékajícím proudu. Moment setrvačnosti rotorů změřený pomocí metody torzních kmitů, byl v modelu nahrazen celkovým momentem setrvačnosti celého měřicího ústrojí. Moment byl na základě několika měření zvolen $J = 0,022 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Tyto závislosti přispěly k rozdílům mezi naměřenými a skutečnými průběhy.

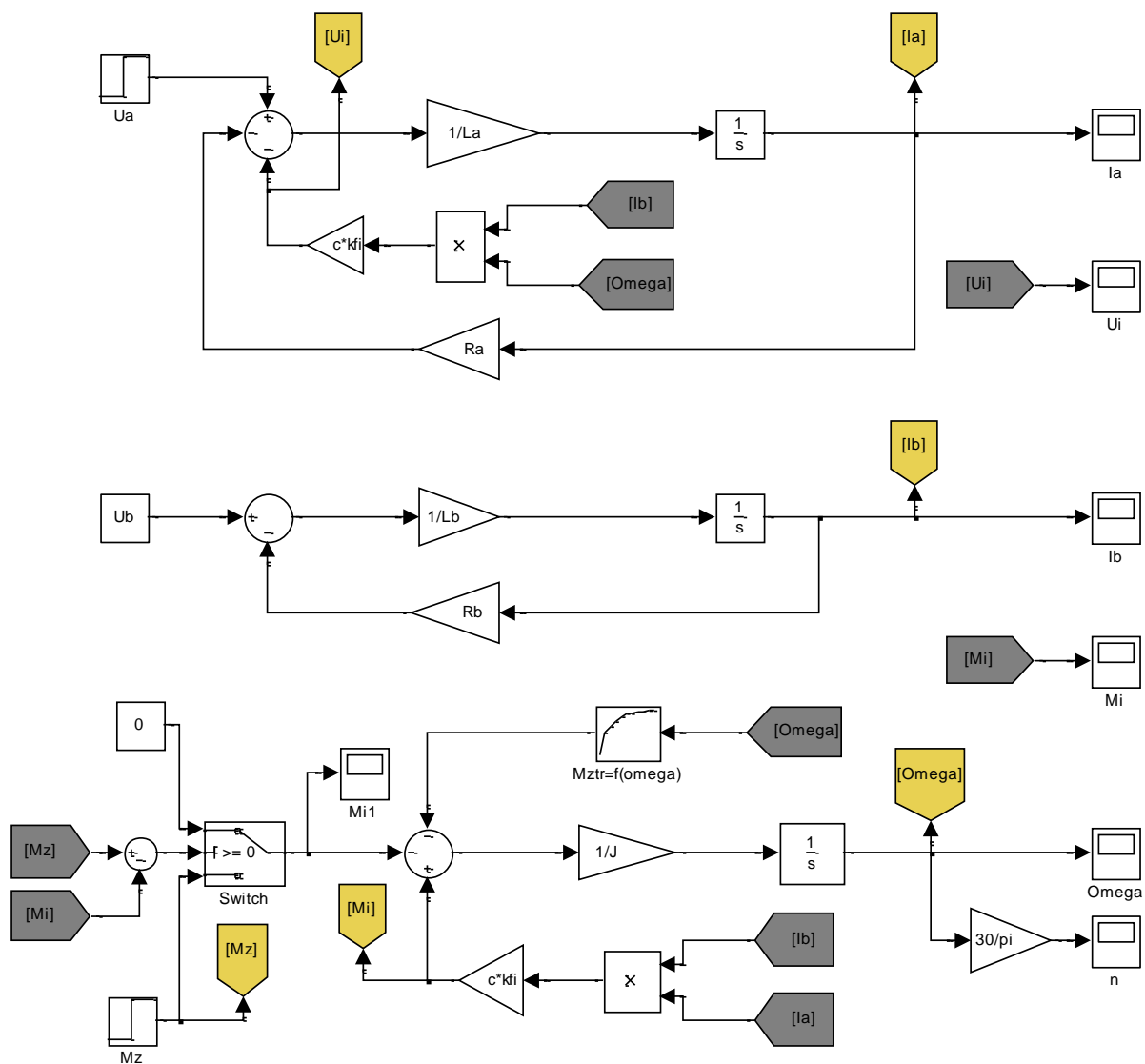
Jako dynamický děj jsme si zvolili rozběh motorů. Proud se měřil pomocí osciloskopu a otáčky pomocí měřicího pracoviště. Průběhy proudů porovnané se simulací z Matlabu, se u stejnosměrného i asynchronního stroje výrazně neliší. Změřené otáčky u asynchronního stroje mají rychlejší dynamický moment. Tento rozdíl může být způsoben špatným určením vzájemné indukčnosti mezi statorem a rotorem M_{sr} .



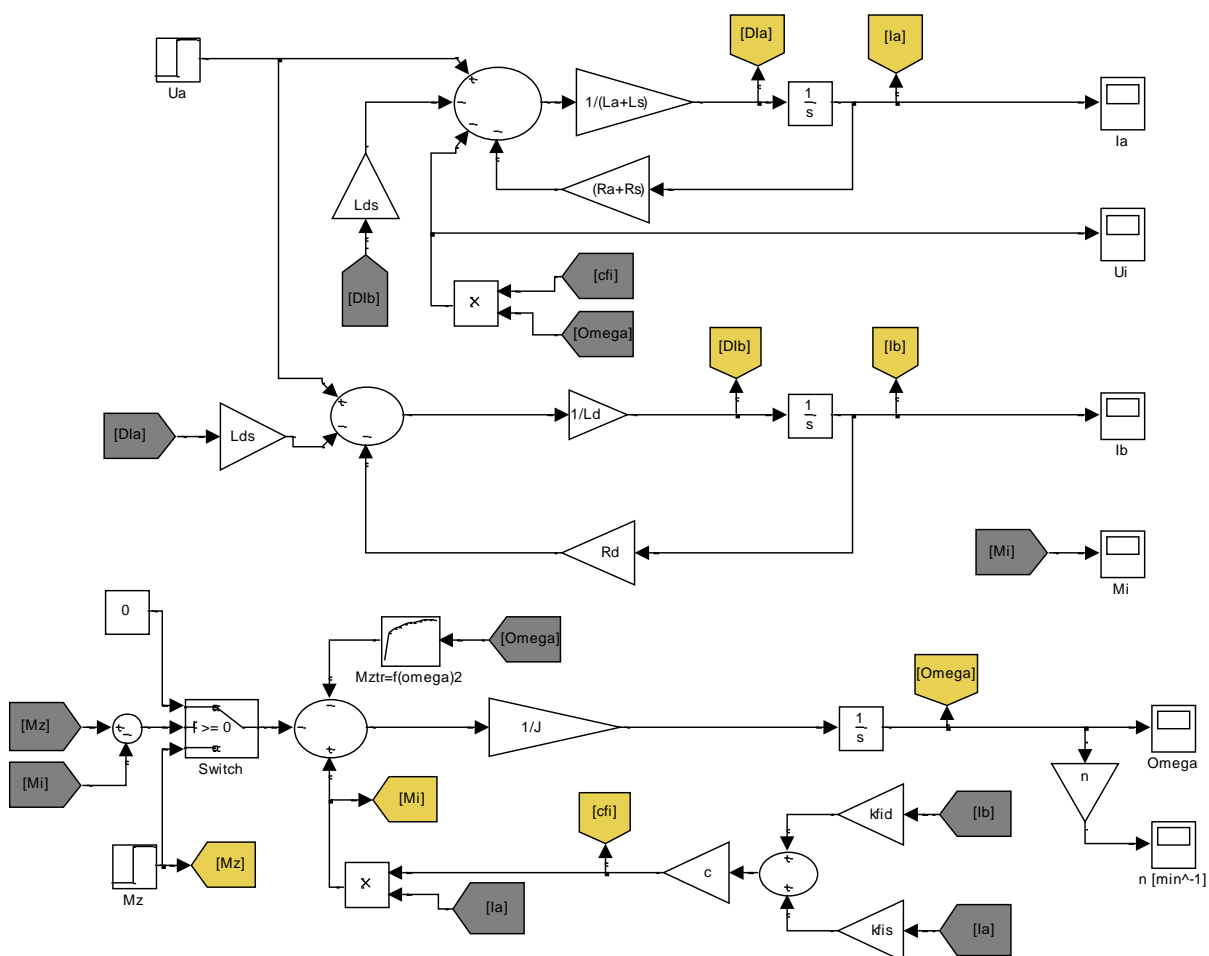
LITERATURA

- [1] *Střídavý proud: LENZŮV ZÁKON*. In: [online]. [cit. 2012-04-25]. Dostupné z: <http://www.cez.cz/edee/content/microsites/elektrina/3-2.htm>
- [2] MĚŘIČKA a ZOUBEK. *Obecná teorie elektrického stroje*. vyd.1. Praha: SNTL, 1973, 162 s. Řada elektrotechnické literatury.
- [3] JAVŮREK, J. *Regulace moderních elektrických pohonů*. vyd.1. Praha: Grada Publishing, 1997, 264 s. ISBN 80-247-0507-9
- [4] ŠUBRT, J. *Elektrické regulační pohony 2*. Brno: Ediční středisko Vysokého učení technického, 1987, 180 s. Učeb. texty: Brno, VUT, f. elektrotechnická
- [5] HRABOVCOVÁ, V. a P. RAFAJDUS. *Elektrické stroje v teorii a příkladech*. Žilinská univerzita, 1998, 183 s. ISBN 8071005444
- [6] MUN ONG, Chee. *Dynamic simulation of electric machinery: Using Matlab/Simulink*. USA: Corporate sales department, 1998. ISBN 0-13-723785-5.
- [7] KLÍMA. *Střídavé pohony a mikroprocesorové řízení elektrických pohonů* [online]. BRNO, 2012 [cit. 2012-05-03]. Vysoké učení technické.
- [8] HLINOVSKÝ. *Stejnoseměrný komutátorový motor III*. In: [online]. PRAHA, 2012 [cit. 2012-05-04]. Dostupné z: http://motor.feld.cvut.cz/www/materialy/A3B14EPR/Stejnosemny_komutatorovy_motor_DC_3.pdf
- [9] I-HAI LIN a E. MESSAL. *Design of a real-time rotor inertia estimation system for DC motors with a personal computer*. 1991, s. 292-296. ISBN 0-87942-579-2
- [10] KOCMAN. *Stejnoseměrné stroje*. [online]. Ostrava, 2002 [cit. 2012-05-04]. Dostupné z: <http://www.sse-lipniknb.cz/7ucivo/ESP/stejnosemerne.pdf>

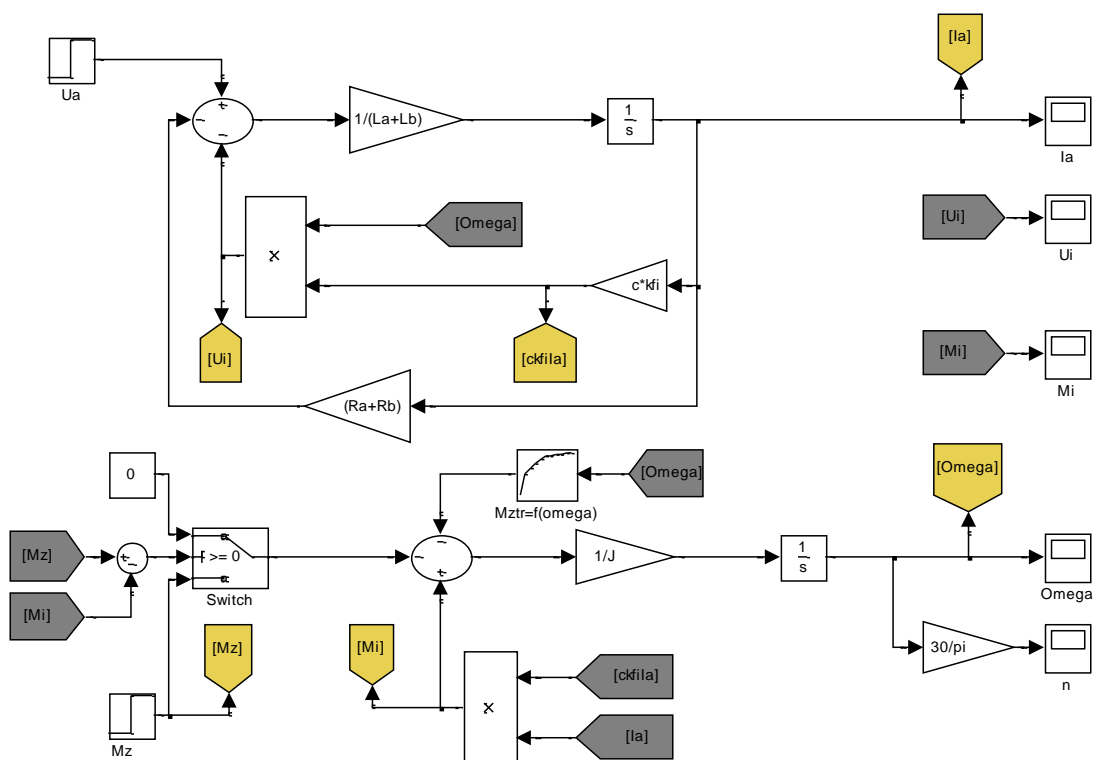
PŘÍLOHY



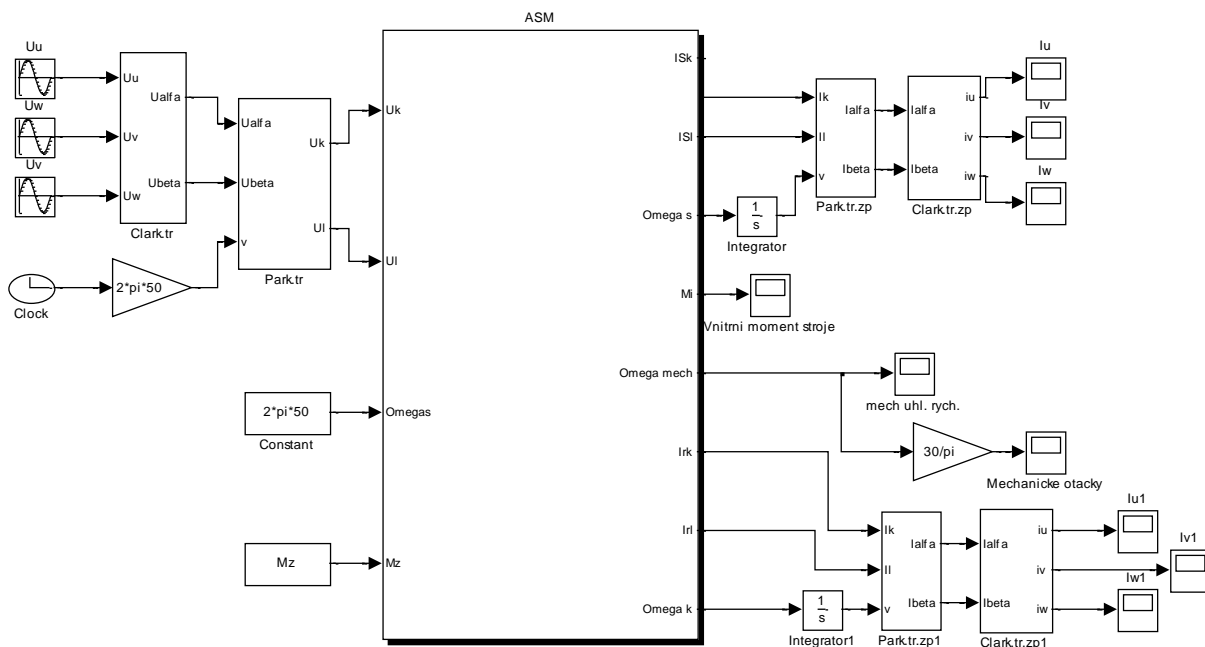
Obrázek 33: Model stejnosměrného stroje cize buzeného v prostředí Matlab Simulink



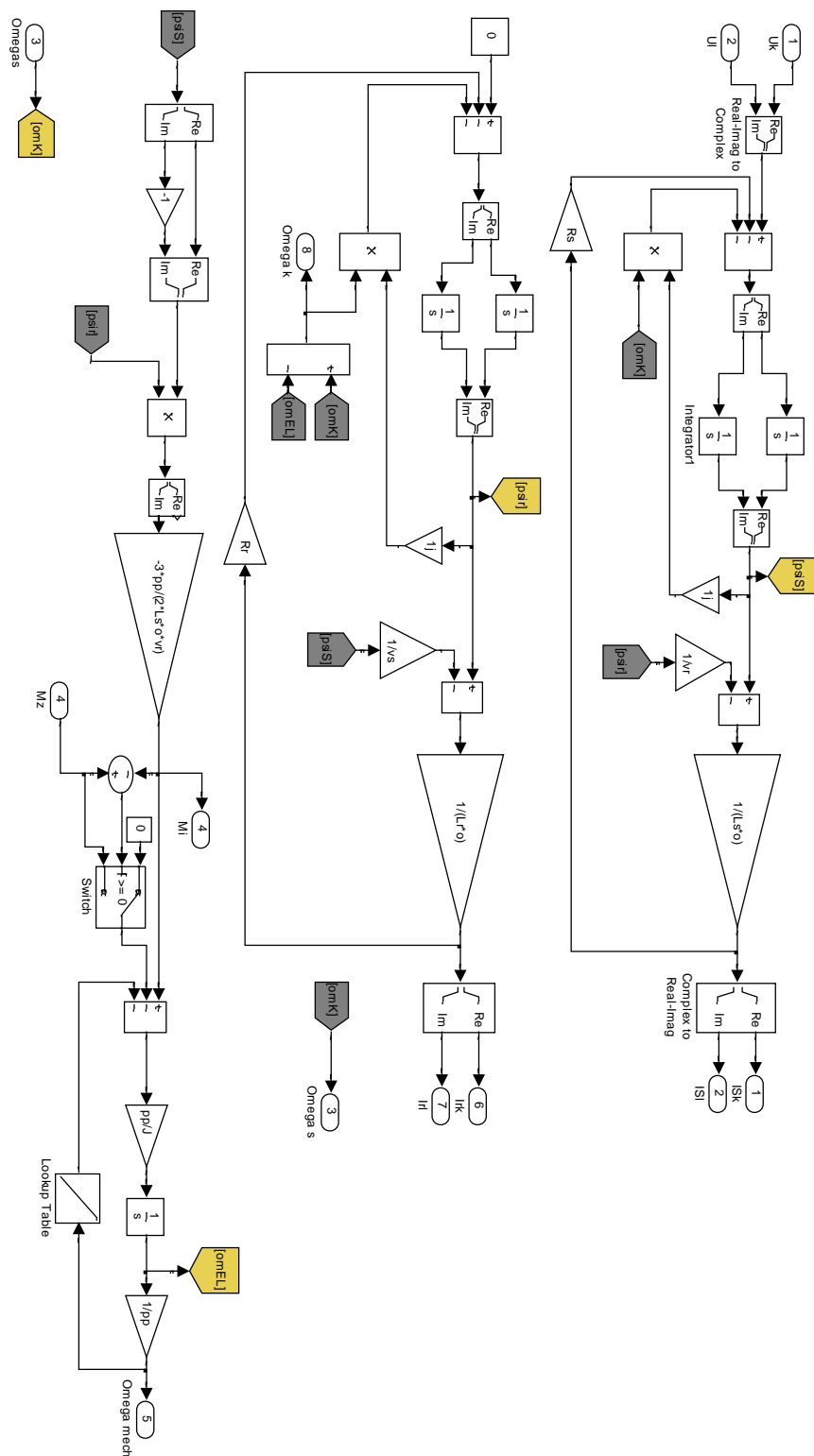
Obrázek 34: Model kompaundního stejnosměrného stroje v prostředí Matlab Simulink



Obrázek 35: Model stejnosměrného stroje sériově buzeného v prostředí Matlab Simulink



Obrázek 36: Celkové schéma asynchronního motoru



Obrázek 37: Model asynchronního motoru